Nouveaux cahiers de la recherche en éducation

Le rôle de l'interaction verbale pour l'acquisition de la pensée algébrique dans l'enseignement primaire
The role of verbal interaction in the acquisition of algebraic thinking in primary instruction
El rol de la interacción verbal en la adquisición del pensamiento algebraico en la educación primaria

Adair Mendes Nacarato, Daniela Dias dos Anjos, Carla Cristiane Silva Santos et Kátia Grabriela Moreira

Volume 20, numéro 3, 2017

Le développement de la pensée algébrique avant l'introduction du langage algébrique conventionnel (Vol. 1)

URI : https://id.erudit.org/iderudit/1055728ar
DOI : https://doi.org/10.7202/1055728ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke

ISSN

1911-8805 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Mendes Nacarato, A., Dias dos Anjos, D., Silva Santos, C. C. & Moreira, K. G. (2017). Le rôle de l'interaction verbale pour l'acquisition de la pensée algébrique dans l'enseignement primaire. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, *20*(3), 56–78. https://doi.org/10.7202/1055728ar

Résumé de l'article

L'objectif de ce travail a été d'analyser les interactions verbales élèves-enseignantes mettant en évidence le rôle du langage dans le développement de la pensée algébrique dans une perspective historico-culturelle. Les interactions ont eu lieu grâce à des tâches dont la construction se basait sur la perception des régularités dans des suites non numériques. Cette recherche a été réalisée dans le cadre d'un partenariat entre des enseignantes de l'école primaire et des chercheurs associés à un master académique. Elle a été développée en contexte réel avec 29 élèves (8-9 ans) de 3e année de l'école primaire. Les données recueillies montrent que les interactions verbales élèves-enseignantes favorisent le développement de la pensée algébrique sans l'introduction du langage mathématique (Mason, 2007; Radford, 2013, 2014).

Nouveaux cahiers de la recherche en éducation
Vol. 20, nº 3, 2017

Le rôle de l'interaction verbale pour l'acquisition de la pensée algébrique dans l'enseignement primaire

Adair Mendes Nacarato

Université São Francisco (USF) – São Paulo – Brésil

Daniela Dias dos Anjos

Université São Francisco (USF) – São Paulo – Brésil

Carla Cristiane Silva Santos

Université São Francisco (USF) – São Paulo – Brésil

Kátia Grabriela Moreira

Université São Francisco (USF) – São Paulo – Brésil

Résumé

L'objectif de ce travail a été d'analyser les interactions verbales élèves-enseignantes mettant en évidence le rôle du langage dans le développement de la pensée algébrique dans une perspective historico-culturelle. Les interactions ont eu lieu grâce à des tâches dont la construction se basait sur la perception des régularités dans des suites non numériques. Cette recherche a été réalisée dans le cadre d'un partenariat entre des enseignantes de l'école primaire et des chercheurs associés à un master académique. Elle a été développée en contexte réel avec 29 élèves (8-9 ans) de 3e année de l'école primaire. Les données recueillies montrent que les interactions verbales élèves-enseignantes favorisent le développement de la pensée algébrique sans l'introduction du langage mathématique (Mason, 2007; Radford, 2013, 2014).

Mots clés: pensée algébrique, perspective historico-culturelle, élèves d'écoles primaires, enseignement des mathématiques, rôle du langage

The role of verbal interaction in the acquisition of algebraic thinking in primary instruction

Abstract

The purpose of this study was to examine student-teacher verbal interactions that highlight the role of language in the development of algebraic thinking from a cultural-historical perspective. The interactions took place during tasks dealing with the perception of patterns in non-numeric sequences. The study was conducted as part of a partnership between primary school teachers and researchers associated with an academic master's degree. The study was developed in a real-life context, with 29 third-grade primary students (8-9 years old). The collected data reveals that "students-teachers" verbal interactions are conducive to developing algebraic thinking without the introduction of mathematical language (Mason, 2007; Radford, 2013, 2014).

Keywords: algebraic thinking, cultural-historical perspective, primary students, mathematics instruction, role of language

El rol de la interacción verbal en la adquisición del pensamiento algebraico en la educación primaria

Resumen

El objetivo de este trabajo ha sido analizar las interacciones verbales entre alumnos y profesores, poniendo en evidencia el rol del lenguaje en el desarrollo del pensamiento algebraico desde una perspectiva histórico-cultural. Las interacciones tuvieron lugar en situaciones donde las tareas demandadas tenían relación con la percepción de regularidades en secuencias no numéricas. Esta investigación fue realizada en el marco de un acuerdo entre profesores de primaria e investigadores asociados a una maestría; ella fue aplicada con 29 alumnos (de 8 a 9 años) de tercer año de primaria. Los datos recogidos muestran que las interacciones verbales "alumnos-profesores" favorecen el desarrollo del pensamiento algebraico sin la introducción del lenguaje matemático (Mason, 2007; Radford, 2013, 2014).

Palabras clave: pensamiento algebraico, perspectiva histórico-cultural, alumnos de escuelas primarias, enseñanza de las matemáticas, rol del lenguaje

1. Introduction

Cet article vise à présenter nos analyses concernant les échanges verbaux élèves-enseignantes qui ont mis en évidence le rôle du langage dans le développement de la pensée algébrique dans une salle de classe d'école primaire. La perception des régularités dans les suites non numériques (suites figuratives) a fait l´objet de ces échanges. Soulignons que ce texte fait le récit d´une partie d'un travail de recherche fait en collaboration[1] entre des professeurs du programme de troisième cycle en éducation de l'Université São Francisco et des enseignantes de l'école primaire publique de la ville de Nazaré Paulista (São Paulo, Brésil). Notre intérêt pour la recherche est de répondre aux discussions actuelles concernant le curriculum de l'école primaire au Brésil: l'algèbre était jusqu'ici insérée à partir de la septième année (élèves de 12-13 ans), mais les dernières réformes[2] ont introduit le développement de la pensée algébrique dès le début de la scolarisation. En 2019, l'algèbre sera l'une des unités thématiques du nouveau curriculum à partir de la première année (6-7 ans), permettant ainsi aux élèves de travailler les concepts de régularité, de généralisation de motifs (*patterns*) et les propriétés d'égalité sans l'usage du langage symbolique. Ce dernier sera introduit vers la fin du cycle primaire brésilien (12-13 ans). Ce changement au curriculum peut être vu, d'une part, comme une adhésion à l'idée d'*Early Algebra*, mettant ainsi le programme national en phase avec les tendances internationales. D'autre part, il témoigne de la reconnaissance que les pensées algébrique et arithmétique se développent dans un mouvement d'interdépendance (Radford, 2013, 2014).

De ce fait, dans une démarche proactive appuyée sur l'approche historico-culturelle, le groupe de chercheurs universitaires a décidé d'étudier la thématique en ayant pour point de départ la production de tâches visant à developper la pensée algébrique. Des études pilotes ont donné des indices positifs indiquant que les jeunes élèves étaient capables de raisonner algébriquement, ce qui a donné le coup d'envoi de notre recherche ayant été développée dans une perspective de résolution de problèmes. Dans le contexte de cette collaboration, les tâches proposées en classe ont été élaborées par une étudiante en master (aussi enseignante au primaire) et par sa collègue de l'école publique.

Dans cet article, nous avons choisi de présenter nos les analyses concernant un échantillon spécifique d'échanges verbaux élèves-enseignantes qui correspond à la phase finale du travail dévéloppé avec les élèves en classe: les enseignantes ont demandé aux élèves de produire en groupe «un résumé par écrit» des apprentissages construits dans ce contexte. Ainsi, ces échanges, essentiellement basés sur des interactions verbales au

1 Recherce financée par la Capes – *Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior* – dans le *Programa Observatório da Educação* (OBEDUC - Programme observatoire de l'éducation).

2 Il s'agit d'une réforme nationale du curriculum de l'école primaire et secondaire – *Base Nacional Curricular Comum* – qui sera implémentée en 2019.

cours desquels les enseignantes se sont appuyées à la fois sur la mémoire et les acquis des apprenants découlant du travail avec les tâches en question, ont été une nouvelle occasion pour la consolidation des concepts en cours d'acquisition.

Ce texte est organisé en quatre sections: un bref résumé des fondements théoriques employés dans la recherche, des éléments de la démarche méthodologique appliquée en salle de classe, l'analyse des échanges verbaux et enfin la présentation de conclusions.

2. Les fondements théoriques de la recherche

Cette recherche s'est appuyée sur deux axes théoriques: le développement de la pensée algébrique et le rôle des interactions verbales dans la constitution de cette pensée. Dans cet article, nous employons l'expression «pensée algébrique» au lieu de «raisonnement algébrique» tout comme nous comprenons que «l'algèbre» et la «pensée algébrique» sont des concepts distincts, quoique complémentaires et indissociables. En effet, selon Squalli (2000), l'algèbre peut être comprise comme «un type particulier d'activités mathématiques et la pensée algébrique comme un ensemble d'habiletés intellectuelles qui y sont nécessaires. Ce sont des habiletés intellectuelles très importantes comme penser analytiquement, généraliser, abstraire, etc.» (p. 287). Le développment de la pensée algébrique est un processus lent, qui a lieu au cours d'une longue période de scolarisation. Aussi, selon l'auteur, «l'enseignement de l'algèbre pour tous doit être étalé sur plusieurs années, à commencer dès le primaire de façon à inclure une phase préliminaire d'exploration» (*Ibid.*, p. 252).

Aussi, Kaput (2007) soutient que la pensée algébrique peut être analysée à partir de deux aspects centraux: «*(A) Algebra as systematically symbolizing generalisations of regularities and constraints. (B) Algebra as syntactically guided reasoning and actions on generalizations expressed in conventional symbol systems*» (p. 11). Il est possible d'introduire le premier aspect à l'école primaire par la généralisation de régularités en utilisant des suites numériques et non numériques (suites figuratives) avec un motif de répétition (noyau figuratif). Pour ce travail de généralisation, les élèves peuvent employer la langue maternelle pour exprimer leurs lois de formation. Autrement dit, le travail se base sur l'approche des schèmes (Lessard et Anwandter Cuellar, 2014; Mason, 2017; Radford, 2013, 2014).

Ainsi, dans le but de créer les conditions pour développer la pensée algébrique en début de scolarisation et en nous appuyant sur de nombreux auteurs (Kaput, Carraher et Blanton, 2007; Mason, 2007; Radford, 2013, 2014, parmi d'autres), nous avons supposé que les élèves peuvent généraliser des idées mathématiques à partir d'exemples précis. Cela, à condition que ces exemples soient insérés dans un environnement où les interactions verbales sont privilégiées et orientées par des tâches-problèmes, celles-ci mobilisant des concepts clés du développment de la pensée algébrique. Par conséquent, les interactions verbales et les médiations pédagogiques devraient rendre possible le processus d'élaboration conceptuelle.

En accord avec la perspective vygotskienne, le concept est incorporé au mot dont la signification passe par un processus d'évolution. Il faut «le vécu» de différentes situations impliquant l'usage du concept pour que celui-ci soit effectivement intégré par l'apprenant. Le concept est porté et se confond avec le mot lui-même: le mot attribue au concept sa généralisation et s'actualise dans le dialogue. Au sein de cette dynamique interactive, le rôle de l'autre est fondamental pour le développement et l'apprentissage. En effet, c'est à partir des relations avec autrui que nous construisons notre processus de signification. C'est par la parole de l'autre que nous nous reconnaissons, que nous sommes nommés et que nous nommons. Par conséquent, le mot nous constitue et nous transforme; le mot a une fonction désignative et conceptuelle, il est le médiateur de l'ensemble de notre processus d'élaboration du monde et de nous-mêmes. C'est au moyen de mots que nous pensons (Vygotski, 2001).

Dans cette perspective, l'école est un lieu privilégié pour l'apprentissage en raison de la convivialité entre apprenants et entre élèves et enseignants, c´est-à-dire une interaction sociale entre personnes à différents stades du développement humain. Soulignons en particulier le rôle de la médiation de l'enseignant dans l'élaboration conceptuelle de l'élève: son travail avec le langage, inséré dans des dialogues pédagogiquement orientés, favorise et permet à la fois de comprendre les transformations dans les manières de penser des élèves. C'est-à-dire que la médiation ouvre des possibilités de penser conceptuellement.

Par ailleurs, les travaux de Radford (2013, 2014) et ceux de Mason (2007) en particulier font référence aux manières de concevoir le rapport entre le mot et la pensée algébrique. Pour ce dernier auteur, la généralisation est au cœur des mathématiques et le mot est fondamental pour y parvenir; la parole représente un acte de généralisation et l'algèbre ne peut pas être vue uniquement comme une manipulation de symboles, mais doit être compris comme un langage flexible et succinct qui la exprime généralité et la restriction de cette généralité.

En effet, le travail sur des situations de généralisation entrepris dès le début de la scolarisation est vu comme une façon de créer les conditions pour que les enfants s'approprient graduellement des compétences visées, c'est-à-dire d'exposer leurs manières de penser. C'est dans cette perspective que nous avons travaillé. La dynamique de la salle de classe menée dans un contexte de questionnement et de reformulation verbale d'idées est devenue un espace où les élèves ont pu s'exprimer, argumenter, émettre des hypothèses, expliquer des procédures, etc. La classe est devenue un lieu de négociations de significations où, comme le dit Mason (2007), les élèves s'approprient des idées mathématiques. Tel qu'il l'affirme: «*algebra is seen as a powerful language in which to express relationships as generalities, enabling those relationships to be seen as properties and hence as the basis for deductions*» (p. 87). Il faut libérer la pensée des élèves dès le début de la scolarisation pour que cette compétence se développe; c'est une façon de leur donner du pouvoir.

Pour Radford (2014), «*thinking may be considered to be made up of material and ideational components: it is made up of (inner and outer) speech objectified forms of sensuous imagination, gestures, tactility, and our actual actions with cultural artefacts*» (p. 267). La pensée algébrique n'est pas une collection d'éléments, mais constitue plutôt une unité systémique, ce qui l'empêche d'être analysée à partir d'un seul de ses aspects. Elle inclut de multiples langages et des formes culturellement et historiquement constituées qui peuvent, par le biais de médiations sémiotiques, être développées en salle de classe. Le développement de la perception est de même nature que celui du geste ou de l'activité symbolique; ces deux processus se développent en articulation.

Luis Radford revêt une grande importance dans le cadre de notre recherche, car ses travaux portent sur le fonctionnement intellectuel des apprenants. En effet, l'auteur postule que quand l'apprenant identifie la régularité dans une séquence figurative et est capable de la projeter plus loin dans la séquence un lien s'établit entre les deux structures, à savoir celle de nature spatiale (la position dans laquelle la figure se trouve) et celle de nature numérique (qui émerge de la position spatiale). La généralisation peut être établie par le biais du geste, du langage naturel ou du symbolisme alphanumérique (ou par la communication de ces notions).

Par conséquent, nous cherchons à déceler des indices de la pensée algébrique dans les discours des élèves en contexte lorsqu'ils: 1) identifient la régularité qui existe dans une suite figurative; 2) réussissent à dédoubler et à répéter les éléments de la suite; 3) arrivent à identifier des éléments absents; 4) communiquent clairement leurs idées à autrui.

3. Le contexte de la recherche: des éléments méthodologiques

Cette recherche a été développée par une approche qualitative. Elle s'inscrit dans la logique proposée par Vygotski (2000) qui, lorsqu'il aborde les questions méthodologiques, met l'accent sur la compréhension des phénomènes en tant que processus en prenant en compte la relation entre le passé et le présent du phénomène étudié et en s'appuyant sur la description de ces deux moments: «Étudier quelque chose historiquement signifie l'étudier dans son processus de transformation» (p. 85-86).

Cette perspective théorique est au fondement même de notre travail. Nous avons donc analysé comment les interactions entre les élèves et les enseignantes ont contribué au développement de la pensée algébrique en considérant non seulement le résultat final des tâches exécutées, mais leur rapport avec le processus dialogique ayant pris place pendant leur déroulement. Les tâches ont été fondamentales dans ce processus et ont eu la fonction de catalyseur, de déclencheur des interactions.

3.1 L’élaboration des tâches

En s’appuyant sur des études théoriques (notamment Mason, 2007; Radford, 2013; Van de Walle, 2009; Kaput, Carraher et Blanton, 2007), les participants du groupe de recherche ont créé les tâches. Une version pilote des tâches et de la procédure d’utilisation en classe a été développée et testée avec des élèves. Cette version pilote était testée en classe lors d’une séance enregistrée par l’enseignante. L’enregistrement (audio, vidéo ou narration écrite) a été discuté et analysé par le groupe de recherche et suivi d’éventuels ajustements des tâches. Dans ce cas, la nouvelle version produite a été retravaillée en classe par d’autres enseignantes du groupe. Dès lors, si la tâche ne présentait aucun problème, elle était appliquée dans divers contextes: avec des élèves d’âges différents; dans des écoles publiques et privées. Une évaluation finale confirmait le potentiel d'une tâche pour le développement de la pensée algébrique et permettait de déceler des pistes sur les discours mathématiques qui en découleraient. En cas d’avis favorables, elle était incluse dans la banque de données du groupe et pouvait être utilisée par tout chercheur intéressé par ce type d’étude.

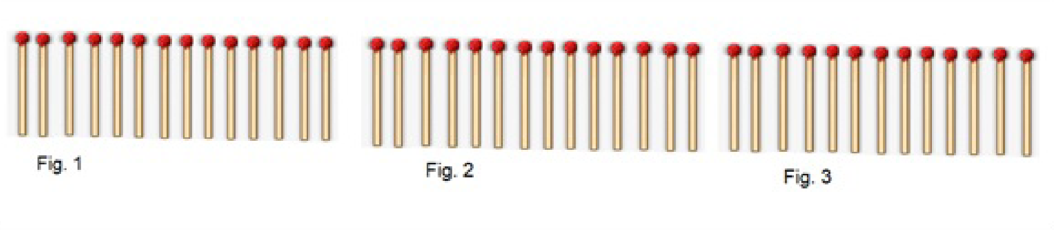
La construction des tâches s’est fondée sur les notions d'ordre et de régularité: le motif, le nombre de termes et leur position dans un ordre (une suite). Le modèle mathématique de répétition ou de croissance a également orienté leur élaboration. Chacune des tâches visait à susciter l’émergence de questionnements. Les élèves devraient décrire la formation de la suite, prévoir la position d’un élément quelconque et chercher une généralisation, comme le montre cette brève description des tâches employées:

> Tâche n. 1: «Former une file». Il s’agit d’une tâche sur un motif où les élèves devaient identifier le motif de la construction d’une file d’enfants organisée dans la salle. La régularité était insérée dans la formation de la file et basée sur des gestes des élèves et sur leur positionnement corporel. Par exemple: main levée vers le haut/posée vers le bas; être debout/être à genoux, etc. L’objectif: faire en sorte que l’élève identifie la régularité et se positionne dans la file en préservant le schème.
>
> Tâche n. 2: «Enfilement de perles de couleurs». Les élèves devaient composer deux suites (l’une avec deux couleurs, l’autre avec trois) à partir de perles et de morceaux de fil qu’ils recevaient. Chaque suite était accompagnée de questions visant à leur faire percevoir des

régularités dans la formation produite. Ensuite, les élèves étaient appelés à créer chacun leur suite dont la régularité devait être identifiée par leurs camarades. Selon Mason (2007), lorsque les élèves enfilent les perles suivant un ordre déterminé (p. ex.: bleu, rouge, bleu, rouge...), ils identifient la régularité et sont à même d'en parler en mettant en évidence les couleurs et les positions. Cette tâche proposait une première relation spatiale et numérique puisque les élèves pouvaient associer les couleurs aux positions paire et impaire (si deux couleurs) ou avec des multiples de trois (si trois couleurs).

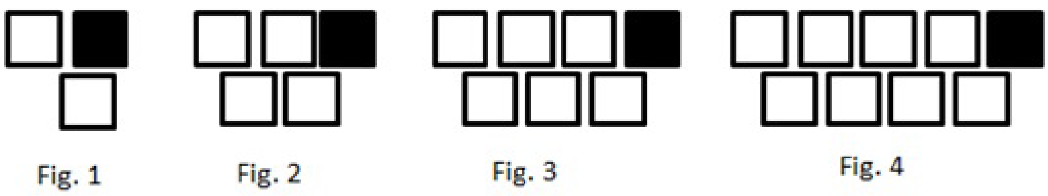
Tâche n. 3: «Les allumettes». Les élèves reproduisaient, à l'aide d'allumettes fournies, des images présentées sur papier. Le nombre d'allumettes disposées décroissait à chaque image. Lorsque les élèves reproduisaient la séquence, ils percevaient qu'il s'agissait d'une séquence décroissante, c'est-à-dire que chacune équivalait à son antérieure moins une unité. Ainsi, à la figure 1, l'image qui correspond à Fig. 1 montrait 15 allumettes, celle qui correspond à Fig. 2 montrait 14 allumettes et ainsi de suite. Le matériel, destiné à être manipulé, constitue un artefact médiateur de la perception de la régularité dans laquelle le total d'allumettes de chaque figure peut être exprimé par la loi de la formation: 16 − *n*, où *n* est le numéro de la figure.

Figure 1 – Les allumettes



Tâche n. 4: «Défi du modèle». Les élèves devaient identifier la régularité d'un modèle disposé sur deux lignes ayant le même nombre de carrés blancs et toujours un carré noir à la fin de la première (Figure 2). Cette tâche a été extraite de Radford (2013).

Figure 2- Défi du modèle



Il s'agit d'une suite croissante dans laquelle le nombre de carrés blancs est en rapport avec la position de la figure. Il y a également une relation spatiale et numérique. La tâche demandait que l'élément suivant de la suite soit dessiné et que soit calculé le nombre de carrés blancs et noirs devant être présentés dans n'importe quelle figure de la suite. Par l'emploi du langage naturel (même quantité de carrés blancs en haut et en bas, plus un noir), les élèves généralisaient la relation $x + x + 1$, dans laquelle x représente la position de la figure.

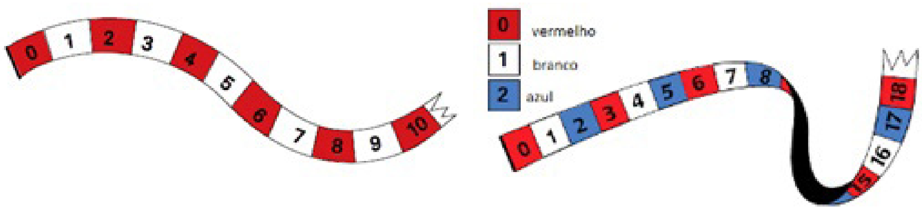
Tâche n. 5: «Les émojis». Un motif de cinq émojis était présenté dans l'ordre suivant: triste, gai, triste, gai, gai (Figure 3).

Figure 3 - Les émojis

Cette suite couvrait le concept de raison puisque, outre le fait que le motif présente cinq éléments, les élèves devaient identifier que dans chaque groupe de cinq émojis il y avait trois gais et deux tristes. L'objectif: identifier combien d'émojis gais devraient se trouver dans la suite si elle présente par exemple 25 éléments. Il s´agit d´une relation spatiale, numérique et proportionnelle.

Tâche n. 6: «Bandes coloriées» (Wijers et Dekker, 2006). Les élèves devaient mettre en relation la couleur des carrés formant une bande avec des nombres. Deux bandes coloriées portant des nombres étaient présentées (Figure 4): sur la première, les nombres pairs (commençant par zéro) étaient sur des carrés rouges et les nombres impairs sur les blancs. La deuxième bande alternait trois couleurs (rouge, blanc et bleu) et chaque carré portait un nombre naturel en ordre croissant.

Figure 4 - Bandes coloriées



Cette suite élargissait le champ des tâches proposées antérieurement puisqu´elle explorait la relation entre le nombre et la couleur, l'identification de la relation pair/impair (première bande) et les multiples de trois (deuxième bande). Les élèves devaient a) expliquer pourquoi la pointe de droite était déchirée et b) déduire la couleur d'un nombre quelconque dans la suite.

Van de Walle (2009) argumente que l'on ne peut en aucun cas perdre de vue l'objectif de la tâche. Dans notre cas, il s'agissait d'arriver à la loi de formation de la suite. Ainsi, si les élèves n'y parvenaient pas, il revenait à l'enseignante de les aider à la résoudre lors de la discussion de conclusion de la tâche. C'est ce que nous avons fait dans une classe de troisième année (C.E. 2 – 8-9 ans) où les élèves résolvaient les tâches proposées, discutaient, notaient les manières de penser et échangeaient avec leurs pairs les connaissances produites.

3.2 Démarche méthodologique en salle de classe

La collecte des données a été effectuée par deux enseignantes en classe de 3e année (29 élèves). La responsable de la classe (enseignante Katia) et l'étudiante en master (enseignante-chercheuse Carla) avaient des fonctions spécifiques: l'enseignante dirigeait le déroulement des tâches en classe et l'enseignante-chercheuse enregistrait en vidéo ou en audio. Elle cherchait ainsi à capter les idées des élèves quand ils travaillaient en groupes ou quand l'enseignante menait la discussion alors que les élèves exposaient leurs stratégies de résolution.

La démarche s'est appuyée sur la méthodologie proposée par Van de Walle (2009) pour travailler les tâches en classe. Elle se divise en trois moments:

1) l'élaboration de la tâche en prenant en compte les caractéristiques des élèves. La tâche doit être stimulante sans dépasser la capacité de l'élève et contenir des stratégies l'incitant à parvenir au résultat attendu;

2) la proposition de la tâche aux élèves de manière à leur faire comprendre ce qu'ils vont faire, comment ils vont travailler et le résultat attendu. Vient alors le «pendant» où les élèves travaillent et l'enseignante sert de médiateur en posant des questions les incitant à penser mathématiquement;

3) la discussion en groupe où, avec l'aide de l'enseignante, les élèves peuvent expliciter leurs raisonnements, s'approprier les concepts et identifier les régularités du modèle, ce qui peut les mener à la loi présidant à sa formation. Pendant cette phase a lieu la systématisation du concept travaillé: lors des discussions, les élèves formulent et reformulent leurs idées tout en s'appropriant de nouvelles significations. Une synthèse finale est produite de manière collaborative.

Les épisodes présentés dans cet article font référence à la tâche utilisée dans la troisième phase suggérée par Van de Walle, appelée ici résumé (ou synthèse). Au moment de ces interactions verbales, les enseignantes avaient déjà travaillé les six tâches avec le groupe et cherchaient à créer un contexte favorisant la métacognition des élèves. Il était question aussi d'évaluer les concepts appris concernant les séquences et les motifs de répétition et d'identifier les généralisations éventuellement effectuées.

4. Interactions verbales lors de la synthèse

Après la réalisation des six tâches sur les suites, régularités et modèles, l'enseignante-chercheuse et l'enseignante ont considéré que la production d'une synthèse pourrait faire un pas supplémentaire vers l'élaboration des concepts étudiés. Ainsi, l'objectif de produire un texte, nommé résumé et destiné à informer les élèves de l'année suivante, portant sur ce qu´ils avaient découvert en travaillant les tâches a généré une nouvelle discussion. Or, faire un résumé supposait de reprendre avec des mots l'ensemble des concepts travaillés et ainsi favoriser une nouvelle réflexion sur ces éléments (la métacognition). L'enseignante a donc proposé aux élèves de parler de ce qu'ils avaient appris et a expliqué qu'elle servirait de scribe et noterait sur un tableau leurs idées. Elle a procédé en traitant chaque tâche de manière séquentielle.

T01 E[3]: Qui se souvient de la première tâche?

T02 Pedro: Des petites perles... (se référant à la tâche d'enfilement de perles)

T03 Felipe: Celle des «files de recherche»...

T04 E: Oui, celle des «files»... Vous vous rappelez qu'on est allés dehors et que vous deviez découvrir le secret[4]? La prof a créé un secret et vous deviez le découvrir. Après vous avez créé un secret pour que vos camarades le découvrent... Et le jour d´après on est allés en classe pour parler des secrets. Et l'enseignante Carla a apporté des photos... Et si on reprenait ce qu'on a appris dans cette activité, qu'est-ce que vous en diriez? (La classe reste en silence quelques secondes).

T05 Marie: Ça fait longtemps...

T06 E: C'est vrai, ça fait vraiment longtemps... Alors on va parler en général, pas seulement de cette activité-là... Alors la première c'était ça, et la deuxième, qui se rappelle?

T07 Caio: Le truc des petites perles...

T08 E: Des «perles»... il y avait une série prête et vous deviez continuer et il fallait penser à un certain nombre... C'est ça?

T09 Maria: Oui... et après on devait mettre la petite boule (elle fait le geste avec ses mains) pour que l'autre fasse...

[...]

T20 E: Alors, d'abord l'enseignante Carla avait une suite de perles déjà prête et que vous deviez continuer... Et pour continuer cette suite, qu´est-ce que vous deviez savoir? (Elle attend quelques secondes, le silence règne). Pour continuer (elle fait des gestes avec ses mains) la suite, qu'est-ce que vous deviez faire?

T21 Felipe: La suite!

T22 Carol: La couleur!

3 E signifie «enseignante». Le nom des élèves a été modifié pour préserver leur anonymat.

4 Le mot «secret» est choisi parmi ceux faisant partie du vocabulaire courant des élèves et est employé pour indiquer le concept motif, ce dernier étant profondément abstrait et associé au langage mathématique. L'idée de base est de stimuler les enfants à chercher «quelque chose de caché» derrière un ensemble figuratif.

T23 Pedro: Ce que c'était!

T24 E: Ce que c'était quoi? Comment ça s'appelle?

T25 Plusieurs enfants: Le secret!

T26 E: Le secret, il a un autre nom. Quelqu'un sait?

T27 Carol: Suite!

T28 E: Alors, pour continuer la suite vous deviez savoir le secret que, en langue mathématique, ou mathématiquement parlant, on appelle «la suite».

Dans cet extrait, les enfants se sont souvenus qu'il avait été question de prolonger la suite et d'indiquer les positions des différentes unités figuratives dans les suites à venir (T09). À chaque intervention des élèves, l'enseignante les questionnait pour les aider à organiser leur pensée et, en l'écoutant, ceux-ci se rappelaient davantage les tâches réalisées.

L'enseignante posait des questions:

T29 E: Marie s'est souvenue que, à un autre moment, vous deviez créer vos propres suites. Et pour créer vos propres suites, il fallait penser à quoi?

T30 Maria: On a inventé une manière de faire...

T31 Felipe: La suite!

T32 Maria: Une suite difficile!

T33 E: Et vous deviez poser des questions, non? Quel type de questions vous avez posées?

T34 Maria: Quelle sera la couleur de la 37e?

T35 E: Ah, et pour que le groupe réponde qu'est-ce qu'il fallait savoir?

T36 Felipe: La suite!

Ce fragment nous permet d'identifier la discussion sur le «motif» d'une suite (T33 et T34), soit les éléments qui se répètent ou, comme l'appelle Van de Walle (2009), le noyau de la suite répétitive. Les extraits démontrent la difficulté des élèves à mettre en mots ce qu'ils pensent et cela peut indiquer un processus d'élaboration du concept de régularité toujours en cours; un vocabulaire nouveau était en phase d'appropriation. Toutefois, l'on constate que la parole d'un élève déclenche la pensée de l'autre et que les mots surgissent, produisant des significations: suite (série), secret, motif...

Ils attribuent de la signification au moyen du répertoire de mots les plus proches de leur réalité. Ce moment de médiation de l'enseignante, qui rappelle ce qui a été fait et ce qu'ils ont découvert dans les tâches, avait pour objectif de conduire à l'élaboration conceptuelle de régularité dans les suites.

Vygotski (2001) considère que pour parvenir à un concept l'enfant passe par des phases en un mouvement de va-et-vient de la pensée, qui a lieu par la signification ou la généralisation de ses idées. Aussi, cette généralisation ne sera possible que s'il y a des échanges d'idées et un processus de construction d'argumentation classe.

Dans la mesure où les tâches étaient reprises, les souvenirs des enfants venaient accompagnés de doutes et de questions et l'enseignante les stimulait à penser collectivement à une manière de noter tout le contenu mobilisé. L'enseignante enregistrait sur le tableau les suites figuratives indiquées par les enfants et les mots clés associés aux concepts travaillés (secret, motif, répétitions, suite, etc.). Lors de cette discussion, le discours de Paulo étonne l'enseignante:

T37 Paulo: Par exemple, prof: il y a dix numéros. On en met cinq sur chacun.

T38 E: Comment ça?

T39 Paulo: Par exemple: il y a dix émojis. Deux tristes, un heureux, deux tristes, un heureux. Là, ça va faire trois. Deux tristes et un heureux. Alors on met deux tristes de plus, ça va terminer sur les deux tristes.

Il est à noter que la Tâche n. 5, les émojis, a marqué cet élève. En effet, il s'y référait en détail pour pouvoir contribuer à la discussion concernant ce que serait une suite et un motif de répétition. Ses premiers mots (T37) n'ayant pas vraiment de sens, l'enseignante lui pose une question (T38). Paulo explicite son idée, démontrant qu'il était capable de généraliser puisqu'il a élaboré une nouvelle suite sur laquelle il base son explication[5].

L'explication de Paulo indique sa prise en compte du motif de la suite pour réaliser le processus de généralisation. L'élève a présenté des indices de ce qu'il s'est approprié à partir des discussions, mais de manière singulière: il cherche une généralisation de dix éléments à partir des trois premiers – soit du motif de la suite. En outre, l'utilisation de l'exemple pour expliquer sa pensée mathématique est remarquable. Cela montre que les élèves ont encore besoin d'un exemple pour expliquer un concept mathématique. L'utilisation de cet exemple apporte ainsi des indices de la présence d'une «pensée par complexes[6]», alors que «les véritables concepts» n'ont pas encore été élaborés (Vygotski, 2001).

5 Le nouveau motif crée par Paulo: ☹☹☺
6 La pensée par complexes est un concept développé par Vygotski (2001) qui indique le point du processus de construction du vrai concept dans lequel l'apprenant se trouve.

Ensuite, l'enseignante leur a demandé ce qu'ils avaient appris sur une suite (Tâche n. 3):

T42 Carol: Il y a des séries de pairs, impairs.

T43 Daniel: Une suite, c'est un nombre de… comme ça... (Il fait des gestes) couché.

T44 Felipe: Continuant!

T45 E: Rien que couché? Et celle des allumettes?

T46 Pedro: Non... Debout...

T47 E: Une suite, c'est quelque chose qui... Felipe?

T48 Felipe: Qui continue.

T49 E: Qui continue quoi? Comment on peut écrire ça ici?

T50 Pedro: Une suite continue n'importe comment...

T51 E: Mais si on écrit ça comme ça, la personne qui va lire va comprendre ce que c'est qu'une suite? Je crois que c'est très vague.

T52 Luis: Une suite, c'est un carré de plusieurs couleurs.

T53 E: Mais écoute, on a vu une suite de fils, des suites d'allumettes, une suite de termes, des suites de figures... C'est juste des carrés?

T54 Pedro: Non... Plusieurs formes.

T55 Paulo: Prof, une suite, c'est un truc qui se répète...

T56 Daniel: Oui, un truc qui se répète plusieurs fois... Comme ça, prof, il y a un carré ici et après un triangle. Là, après, ça va être le carré de nouveau... Il y a deux trucs, là, qui se répètent.

Nous identifions ici la production de significations de ce qui pourrait définir une suite. D'abord, les enfants font référence aux caractéristiques des suites présentées dans les tâches (pair, impair, disposition en ligne, modèles de couleurs, etc.) et ils se servent ensuite d'exemples pour expliquer ce qu'est une suite. L'enseignante reste très attentive aux discours et prend en compte les différentes contributions. Alors qu'à T45 elle aide Daniel dans son explication (T43), Felipe (T48) présente déjà une autre caractéristique fondamentale de la suite: son caractère répétitif. L'enseignante (T49) demande à Felipe de s'expliquer, ce qui stimulera l'intervention d'un plus grand nombre d'élèves et enrichira l'interaction du groupe. En effet, des dialogues sont entrecoupés par des questions ou des pauses et les phrases se constituent souvent de quelques mots dont le sens est compris lors de l'interaction face-à-face. Comme Felipe répond à la question de l'enseignante de manière vague, elle en introduit une nouvelle (T49) visant à aider l'élève à organiser sa pensée. Pedro (T50) essaie de contribuer en affirmant qu'*une suite continue n'importe comment*, mais l'enseignante ne s'arrête pas sur ces mots qui auraient pu engendrer une réorganisation du concept de suite. Dans un travail sur des modèles une suite ne peut pas continuer n'importe comment. Alors, elle soutient que ces idées sont trop vagues pour qu'un lecteur puisse les comprendre (T51). Rappelons que l'objectif était de faire un résumé pour que d'autres élèves puissent apprendre, ce qui demandait une définition plus précise. Elle réoriente la réflexion vers le souvenir de leurs observations, en quête d'une définition de suite. Paulo (T55) intervient dans la discussion en y introduisant une caractéristique centrale: la répétition. Cette intervention pousse Daniel (T56) à développer, démontrant ainsi sa compréhension en expliquant que cette répétition est le motif, le noyau de la suite qui se répète. Daniel complète son idée avec un exemple: *un carré ici et après un triangle*.

Ce fragment de dialogue contient des indices sur le rôle du mot dans le développement de la pensée: les propos d'un élève provoquent ceux d'un autre et les idées surgissent, les significations se produisent. Le mot est donc un déclencheur pour la pensée.

Mais le texte de synthèse n'est pas encore terminé; l'enseignante demande aux élèves plus d'éléments pour que ce texte ait du sens pour un lecteur. Elle reprend ses questions.

T57 E: Bon, alors, une suite peut avoir plusieurs manières... (L'enseignante commence à noter cette définition).

T58 Felipe: Et formes!

T59 E: Bon, alors... «Dans une suite, il y a la répétition de...?»

T60 Pedro: De nombres!

T61 E: Juste de nombres?

T62 Carol: D'allumettes!

T63 Carlos: De formes...

T64 E: Mais c'est quoi ces répétitions?

T65 Felipe: Une suite!

T66 E: Elles se situent à l'intérieur de la suite, mais qu'est-ce que c'est chaque répétition?

T67 Eduardo: Une suite!

T68 E: Dans une suite il y a la suite... (L'enseignante complète la définition au tableau).

T69 Paulo: La suite existe dans toutes!

T70 E: Dans les tâches de l'enseignante Carla, toutes les suites avaient une suite?

T71 Élève : Oui!

T72 E: Mais vous voulez écrire «Il y a une suite dans toutes les suites»?

T73 Daniel: Non, pas dans toutes!

T74 Pedro: C'est vrai! Il y a une suite de lettres... Et parfois elles ne se répètent pas!

T75 Felipe: Comme là... (il montre l'alphabet fixé sur le mur) ABC...

T76 E: Ah oui, mais si on pensait à la suite de l'alphabet comme suite, comment on pourrait la continuer? (Elle montre la fin de l'alphabet).

T77 Daniel: Ah ! Là, ça serait de nouveau... ABC...

T78 Paulo: Après, il y a les caractères d'imprimerie!

Cet extrait met en relief la discussion sur le motif comme caractéristique fondamentale d'une suite répétitive. Pendant que l'enseignante note les dires des élèves, de nouvelles idées surgissent; elle vérifie avec eux si ce qu'elle écrit est de fait ce qu'ils expriment (T72).

Pourtant, Pedro (T74) déstabilise le groupe avec sa référence à la suite de lettres. Au milieu de ces vérités provisoires, cet élève prend conscience que même si dans les suites répétitives on trouve des motifs cela n'est pas une constante. L'élève est interpellé et il lui faut réfléchir avant de reconnaître que toute suite ne possède pas un motif. Ses mots provoquent la réaction de Felipe (T75) qui désigne immédiatement l'alphabet fixé dans la classe. L'enseignante rebondit sur cette idée et les questionne (T76), provoquant une réponse immédiate de Daniel (T77) qui, en toute sérénité, déclare qu'il suffirait de recommencer l'alphabet à partir de la lettre A. Paulo (T78) ajoute que l'on pourrait également considérer les caractères d'imprimerie comme une autre suite[7].

Soulignons le processus vécu par les élèves généré par le fait que les idées allaient être notées: ils ont dû penser à ce qui serait écrit, à sa cohérence, à qui allait le lire, etc., établissant ainsi un processus réflexif sur l'acte de noter des idées mathématiques (T57 à T72).

Après d'autres interventions des élèves sur la question des suites de lettres, l'enseignante redirige la discussion vers ce qu'est une suite.

T79 Paulo: Une suite, c'est un secret qu'on découvre dans la suite!

T80 Pedro: La suite, c'est un secret qu'il faut découvrir pour savoir la suite!

7 Il est très commun de trouver des tableaux représentant l'alphabet en lettres cursives puis en caractères d'imprimerie dans les classes brésiliennes.

T81 Daniel: Pour savoir comment continuer la suite.

T82 E: Et si on expliquait avec un exemple, ça ne serait pas plus facile?

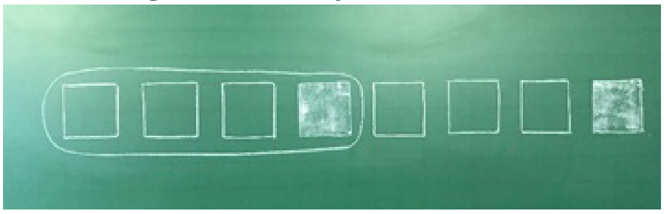
T83 Élèves: (acquiescent)

T84 Paulo: Par exemple, celui du modèle. Trois vides et là deux pleines...

T85 E: (Note au tableau) Comme ça.

T86 Paulo: Là, remplissez le un!

Figure 5 – Ce qu'est un motif



Dans les échanges T79, T80 et T81, les élèves montrent qu'ils ont déjà assimilé ce qu'est le motif d'une suite et son importance pour la généralisation ou, comme le dit Daniel (T81), *pour savoir comment continuer une suite*. À nos yeux, cela correspond à un processus de perception des élèves de la régularité de la suite. Lessard et Anwandter Cuellar (2014), s´appuyant sur des études de Radford, argumentent que le raisonnement analytique qui permet d'identifier le rapport entre la position et l'élément dans les premiers termes de la suite permet aussi «de trouver la règle et par conséquent de révéler les autres termes de la suite, et cela peu importe leurs positions, en d'autres mots l'élève peut généraliser» (p. 135).

L'enseignante a demandé un exemple et Paulo (T84) a immédiatement proposé une suite semblable à celle travaillée dans la Tâche n. 6, celle des modèles. Après avoir noté la suite, l'enseignante questionne:

T87 E: C'est quoi la suite?

T88 Paulo: C'est ça la suite, prof! Vous répétez quatre fois et vous en remplissez un.

T89 Chercheuse: Quelle serait la suite de la position 24? Vide ou plein?

T90 Paulo: Transparent!

T91 Pedro: Plein!

T92 Chercheuse: Pourquoi?

T93 Pedro: Parce que ça finit sur six...

T94 Carlos: Aucun rapport... 3, 6, 9, 12...

T95 Juliana: C'est quatre fois!

T96 E: Mais alors ce sera plein? Pourquoi?

T97 Élèves: Parce que c'est la table de multiplication de trois.

T98 E: Mais on doit penser à la table de multiplication de trois?

T99 Felipe: C'est la troisième transparente alors...

T100 E: Mais cette suite va de combien en combien?

T101 Élèves: De quatre en quatre.

T102 E: Alors il faut penser à quelle table de multiplication?

T103 Pedro: De six et de trois.

T104 Carlos: De quatre! On peut penser à trois, quatre et six.

T105 E: Pourquoi celle de trois marche?

T106 Élève: Parce que là... Trois, six...

T107 E: Mais la suite termine sur la troisième, transparente?

T108 Élèves: Non!

T109 E: Où finit la suite?

T110 Élèves: Sur celle qui est pleine!

T111 E: Alors l'idéal ça serait de penser à quoi?

T112 Pedro: Celle de six, de quatre et de huit.

T113 P: Pourquoi tu as pensé à celle de six?

T114 Pedro: 6 plus 6, 12, après, 18, après, 24.

T115 Chercheuse: Pedro, tu as pensé à celle de huit? Huit fois trois?

T116 Pedro: (Acquiesce)

T117 Carlos: C'est vrai, ça fait 24.

T118 E: Ah, alors Pedro il n'a pas pensé exactement de trois en trois. Il a pensé à trois fois huit.

T119 Pedro: Et là, prof, là il y a quatre nombres dans une suite et il y en a un qui est ajouté... Ça fait huit.

T120 Paulo: Alors c’est la même chose que celle de six. Parce que 6 plus 6, 12, plus 6, 18, puis 24.

T121 E: Mais tu vas de six en six. Je suis d’accord pour prendre la table de multiplication de six. Mais comment?

T122 Paulo: Six fois huit.

T123 E: Six fois huit, ça fait combien?

T124 Paulo: 48.

T125 Carlos: Alors c’est six fois quatre.

T126 E: Bon, alors c’est un concept que nous avons étudié dans la multiplication: six fois quatre. Je pense à la table de multiplication de six ou de quatre?

T127 Élèves: De quatre.

T128 E: Voilà, parce qu’on répète six fois le nombre quatre. Et trois fois huit? Je pense à quelle table de multiplication?

T129 Pedro: De huit. Parce que j’ai compté trois fois le numéro huit.

T130 E: Alors il serait correct de penser à la table de multiplication de huit. Mais on a aussi appris que dans la multiplication on peut échanger les termes sans changer le résultat. Mais il faut que ce soit bien clair parce qu’on ne peut pas dire qu’avec celle de 3 ça marche, sinon quelqu’un pourrait comprendre qu’il peut compter de...?

T131 Daniel: Trois en trois.

T132 E: Alors il faut faire attention quand on exprime ces idées. Parce qu’on peut laisser entendre à nos camarades qu’il est correct de compter de trois en trois dans cette série. Ce que Pedro a fait, c’est qu’il a compté de huit en huit trois fois.

T133 Élève: Celle de deux marche aussi!

T134 Carlos: 2 fois 12, 24.

Cet extrait, quoique long, donne des indices de la façon dont le processus de négociation de significations entre élèves prend place quand ils peuvent exprimer leurs idées sur un concept mathématique. Quand l’enseignante Kátia dessine la suite au tableau, elle permet non seulement aux élèves de la visualiser, mais cherche aussi à les placer dans le processus de généralisation (T89) en leur demandant quelle serait la 24e figure. Les élèves commencent à raisonner avec l'idée de multiples (appelée *tabuada*, en portugais) et ils cherchent à trouver de quels nombres 24 est un multiple: trois, quatre, six et huit (T103, T110, T118), qui sont ses diviseurs. Ainsi, pour trouver la 24e figure, il suffirait aux yeux des élèves de compter de trois en trois, de quatre en quatre, de six en six ou de huit en huit.

Ce qui est illustré ici, c'est la façon dont les mots d'un élève déclenchent ceux des autres, leur permettant de raisonner. Quand Juliana dit *C'est quatre fois* (T95), le mot *fois* a probablement mobilisé le raisonnement des élèves pour penser à la multiplication, ce qui les a conduits (T103) à établir une relation avec la table de multiplication. Cette idée génère la recherche d'autres nombres, aussi des diviseurs de vingt-quatre. L'enseignante se sert de ce lexique (T98, T102) pour négocier avec les élèves. L'on constate que, sans confirmer si les arguments sont corrects ou non, elle propose de nouvelles questions pour que les élèves pensent à ce qui a été dit (T113, T115, T117). En outre, elle essaie de comprendre les raisonnements des élèves jusqu'à ce qu'elle se rende compte (T115) que Pedro cherche une généralisation de huit en huit, pas de quatre en quatre. Tout d'abord, elle l'aide à organiser son raisonnement (T115). Toutefois, comme elle se rend sans doute compte que huit fois trois ne serait pas une bonne manière de généraliser, elle propose trois fois huit (T118). Quand elle mentionne cette possibilité, Pedro complète son idée (T119) en explicitant qu'il a regroupé deux motifs de quatre éléments chacun. Le dessin de l'enseignante de la suite avec deux motifs a probablement induit Pedro à généraliser avec huit éléments, pas avec quatre. Il est clair que Pedro avait généralisé dès le début (T91), car il a répondu que le 24e élément de la série serait plein.

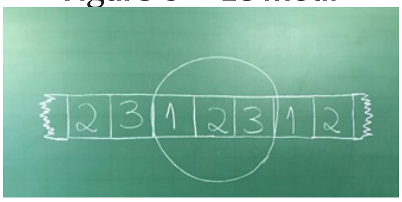
Néanmoins, les élèves n'ont pas tous réussi à comprendre cette généralisation. Paulo, par exemple, estime que l'on peut penser de six en six (T120). L'enseignante essaie de saisir son raisonnement et cherche à l'aider à le réorganiser (T121), avec l'aide de Carlos (T125), en disant que la multiplication est commutative. Alors, l'enseignante aide Paulo (T126) à comprendre que dans le cas de la suite proposée la multiplication doit être six fois quatre et non quatre fois six. Quand Paulo saisit ce raisonnement, ses interventions font que certains élèves peuvent valider le raisonnement. L'idée de la table de multiplication demeure fortement présente et il y a encore des élèves argumentant pour l'usage des tables de multiplication de trois (T131) et de deux (T134) même après tous ces échanges verbaux.

Ce dialogue expose la complexité du processus d'élaboration conceptuelle en salle de classe puisque les élèves ne se situent pas tous au même niveau de développement et que tous ne se rallient pas en même temps au consensus. Quoique ce fragment laisse penser qu'un nombre réduit d'élèves a participé aux discussions, les images vidéo montrent clairement que le groupe les suivait de près.

Les élèves n'utilisent pas toujours un concept appris dans d'autres situations; le processus d'élaboration conceptuelle n'est pas linéaire. Quand l'élève n'est pas encore sûr, il hésite dans ses réponses puisqu'il n'est pas encore à même de valider ses connaissances. Les élèves ont très souvent besoin de temps. Pourtant, au moment de la discussion, ces concepts peuvent être validés, d'où l'idée selon laquelle le moment de validation complète celui de la formulation: ce qu'un élève dit peut contribuer à organiser la pensée de l'autre. Si l'apprenant constate qu'un autre s'est rendu compte de la même chose que lui, le concept prend ses significations. D'où le rôle du mot dans ce processus d'élaboration conceptuelle. La classe doit donc être un milieu de questionnement et de circulation d'idées mathématiques. Pour illustrer la fin de cette discussion, nous présentons ci-dessous le résumé.

> Qu'avons-nous appris avec les séries des tâches de l'enseignante Carla?
>
> Une suite, c'est quelque chose qui continue et peut avoir plusieurs formes et manières. Certaines suites ont une suite, d'autres non. La suite est un secret que la personne doit découvrir pour savoir comment continuer.
>
> C'est la suite de cette suite (Figure 5) parce qu'elle se répète de quatre en quatre.
>
> Pour découvrir la suite d'une suite, il faut faire très attention à ce qui se répète après. Pour découvrir certaines positions, il suffit de faire attention au nombre d'éléments de la suite et de compter le nombre final[8]. Il est également possible d'utiliser la table de multiplication[9].
>
> On doit faire attention au début et à la fin de la suite parce que, parfois, il y a des suites où ni le début ni la fin n'apparaissent. Il faut aussi savoir qu'il existe des suites qui sont infinies, aussi bien au début qu'à la fin[10].
>
> Exemple 1:

Figure 6 – Le motif



Exemple 2:

Figure 7 – L'exemple d'une suite

8 Ici, les élèves établissent une relation entre l'élément et la position qu'il occupe dans la suite.
9 Dans ce cas, ils se réfèrent aux multiples de quatre, c'est à dire qu'à chaque groupe de quatre éléments le dernier est en couleur.
10 Lorsqu'ils indiquent les pointes déchirées, les élèves explicitent l'idée de suite infinie.

5. Conclusions

Laisser les élèves parler, exprimer leurs idées et leurs réflexions permet de se rapprocher de leur processus de significations, ce qui offre aux enseignants des outils pour que l'enfant progresse. La discussion collective, pour sa part, permet la circulation d'idées comme quelque chose de crucial pour la compréhension mathématique des élèves.

Un point très important est celui des «vérités provisoires» présentées par les élèves lors des échanges verbaux et d'argumentation des idées. Ces vérités sont confrontées à partir de questions et de contre-exemples présentés par l'enseignante, voire par les camarades.

Le résumé produit fonctionne comme un outil permettant la réflexion sur des concepts mathématiques et donne l'occasion de faire surgir les sens et les significations que les élèves ont produits.

Les dialogues entre les élèves et l'enseignante montrent que la conceptualisation de la suite et du motif évolue. L'échange des idées a été fondamental pour que les élèves puissent comprendre comment leurs camarades pensaient et, à partir de là, faire évoluer leur propre pensée. Même si tous n'étaient pas encore parvenus au même niveau de généralisation d'idées, nous considérons que tous ont fait des progrès par rapport à l'élaboration du concept.

Pour reprendre les idées de Mason (2007), nous pouvons dire que la communication et la généralisation d'idées vécues par les enfants ont contribué au développement de leur capacité mathématique, dans la mesure où ils ont pu exposer leurs manières de penser, émettre des hypothèses, argumenter et négocier des significations. Ce travail confirme les études citées comme références indiquant qu'il est possible de développer la pensée algébrique dès le début de la scolarité. Il s'agit d'un long processus et la méthode d'enseignement garde une place clé dans un tel développement.

Pour finir, ajoutons qu'une des contributions de ce travail pour l'éducation en général réside dans son apport assez solide aux discussions concernant les implications de l'introduction de la pensée algébrique dans le curriculum scolaire. En effet, les données recueillies en classe indiquent clairement les possibilités de généralisation effectuées par des jeunes élèves. Cette stratégie, qui met en évidence l'importance des interactions verbales, présente un intérêt pour la formation des enseignants. En effet, ce processus permet aux enseignants d'avoir une démarche réflexive et formative sur leur pratique pédagogique. On identifie également des aspects didactiques à approfondir, notamment concernant la dynamique de la classe et le rôle des tâches en tant que déclencheurs d'interactions potentiellement riches pour le développement de la pensée algébrique.

Références

Kaput, J. J., Carraher, D. W. et Blanton, M. L. (dir.) (2007). *Algebra in the early grades*. New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. J. (2007). What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning? *In* Kaput, J. J., Carraher, D. W. et Blanton, M. L. (dir.). *Algebra in the early grades* (p. 5-17). New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Lessard, G. et Anwandter Cuellar, N. (2014). La pensée algébrique au préscolaire-primaire, une requête réaliste? Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec. Croisements variés de concepts, d'approches et de théories: les enjeux de la création en recherche en didactique des mathématiques (p. 133-143). Montréal: Université du Québec à Montréal.

Mason, J. (2007). Making use of children' powers to produce algebraic thinking. *In* Kaput, J. J., Carraher, D. W. et Blanton, M. L. (dir.). *Algebra in the early grades* (p. 57-94). New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, *26*, 257-277.

Radford, L. (2013). En torno a tres problemas de la generalización: concerning three problems of generalization. *In* Rico *et al.* (dir.). *Investigación en didáctica de la matemática* (p. 3-12). Granada: Editorial Comares.

Squalli, H. (2000). Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducation de base. Thèse de doctorat. Québec: Université Laval.

Van de Walle, J. (2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula* (6e éd.) Porto Alegre: Artmed.

Vygotski, L. S. (2001). *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.

Vygotski, L. S. (2000). Manuscrito de 1929. *Revista Educação & Sociedade*, *71*, 21-44.

Wijers, M. et Dekker, T. (2006). *Patterns and Figures*. Mathematics in context. National Science Foundation. New York: Holt, Rinehart and Winston.