L'Actualité économique

Rationnement endogène et structure de marché

Marcel Boyer et Michel Moreaux

Volume 65, numéro 1, mars 1989

Organisation industrielle

URI : https://id.erudit.org/iderudit/601483ar
DOI : https://doi.org/10.7202/601483ar

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)
1710-3991 (numérique)

Citer cet article

Boyer, M. & Moreaux, M. (1989). Rationnement endogène et structure de marché. *L'Actualité économique*, *65*(1), 119–145. https://doi.org/10.7202/601483ar

Résumé de l'article

Nous démontrons dans cet article l'existence de rationnement endogène dans un duopole à produits différenciés du type meneur-suiveur. Nos duopoleurs se concurrencent à la fois en prix *et* en quantités et chacun peut choisir un couple prix-quantité *en-deçà* de la fonction de demande à laquelle il est confronté à l'équilibre. Ainsi ils sont impliqués dans un réseau d'interactions stratégiques et leurs décisions portent à la fois sur les prix et les quantités, deux caractéristiques importantes de situations réelles. Nous considérons un modèle « linéaire », où la demande individuelle pour un bien dépend de trois paramètres [α, β, γ : l'abcisse à l'origine et la pente de la demande et le coefficient de substituabilité des produits], et deux espaces de stratégies : les couples (prix, quantité produite) et les couples (prix, nombre de consommateurs à rationner). Dans chaque cas, nous caractérisons la demande résiduelle à une firme et nous démontrons l'existence de rationnement à l'équilibre. Nous démontrons de plus que le nombre de consommateurs rationnés par le meneur est indépendant dans les deux cas considérés, des paramètres α et β de la fonction de demande individuelle. Ce résultat théorique non-anticipé et pour le moins surprenant n'aurait pu être obtenu sans l'aide du programme informatique de manipulation symbolique MACSYMA.

L'Actualité Économique. Revue d'analyse économique, vol. 65, n° 1, mars 1989

RATIONNEMENT ENDOGÈNE ET STRUCTURE DE MARCHE

Marcel BOYER
*Université de Montréal**
Michel MOREAUX
*Université de Toulouse***

RÉSUMÉ. — Nous démontrons dans cet article l'existence de rationnement endogène dans un duopole à produits différenciés du type meneur-suiveur. Nos duopoleurs se concurrencent à la fois en prix *et* en quantités et chacun peut choisir un couple prix-quantité *en-deçà* de la fonction de demande à laquelle il est confronté à l'équilibre. Ainsi ils sont impliqués dans un réseau d'interactions stratégiques et leurs décisions portent à la fois sur les prix et les quantités, deux caractéristiques importantes de situations réelles. Nous considérons un modèle « linéaire », où la demande individuelle pour un bien dépend de trois paramètres [α, β, γ : l'abcisse à l'origine et la pente de la demande et le coefficient de substituabilité des produits], et deux espaces de stratégies : les couples (prix, quantité produite) et les couples (prix, nombre de consommateurs à rationner). Dans chaque cas, nous caractérisons le demande résiduelle à une firme et nous démontrons l'existence de rationnement à l'équilibre. Nous démontrons de plus que le nombre de consommateurs rationnés par le meneur est indépendant dans les deux cas considérés, des paramètres α et β de la fonction de demande individuelle. Ce résultat théorique non-anticipé et pour le moins surprenant n'aurait pu être obtenu sans l'aide du programme informatique de manipulation symbolique MACSYMA.

ABSTRACT. — We show in this article the existence of endogenous rationing in a leader-follower duopoly with differentiated products. The duopolists compete in both prices *and* quantities and each may choose a price-quantity pair *within* the residual demand it faces in equilibrium. Therefore they are involved in a network of strategic interactions and their decisions bear on both prices and quantities, two important characteristics of many real situations. We consider a « linear » model, where the individual demand for a good depends on three parameters [α, β, γ : the intercept and slope of the demand and the substitutability coefficient of the goods], and two strategy spaces : the pairs (price, quantity produced) and the pairs (price, number of consumers to be rationed). In each case, we characterize the residual demand a firm faces and we demonstrate the existence of rationing in equilibrium. We also show that the number of rationed consumers is independent in the two cases considered, of the parameters α and β of the individual demand function. This unanticipated and rather surprising theoretical result could not have been obtained without the help of MACSYMA, a computer program of symbolic manipulation.

* Département de sciences économiques et CRDE.
**GREMAQ, CNRS UA 947, Université de Toulouse.

I. INTRODUCTION

L'étude du phénomène des prix fixes, ou plus généralement des prix hors-équilibre, a connu un développement phénoménal depuis l'article original de Clower (1965) : toute une génération d'économistes théoriciens se sont penchés sur ce phénomène. Malgré que l'on pouvait « observer » des rigidités significatives dans les prix et par conséquent des déséquilibres sur les marchés en question, la source ou l'origine de ces rigidités a longtemps échappé aux économistes. Diverses tentatives d'expliquer ce phénomène débouchèrent sur deux ensembles de contributions : un premier ensemble mettant l'emphase sur la prise en compte explicite de l'incertitude et un second ensemble privilégiant l'analyse du comportement non concurrentiel de certains agents.

Le message du premier ensemble de contributions est à l'effet que les rigidités ou les déséquilibres de marchés ne sont qu'apparents. Ce qui a pu apparaître comme un déséquilibre, tel des prix rigides à la baisse, s'avère être un équilibre lorsque l'incertitude et les structures asymétriques d'information sont adéquatement prises en compte. Un bel exemple dans ce premier ensemble est certainement la littérature sur les contrats implicites (Azariadis 1979, Harris et Holmstrom 1982).

Les contributions du deuxième ensemble, un ensemble beaucoup plus restreint que le premier, ont permis de montrer que sous certaines conditions un prix hors-équilibre et le rationnement qui en découle sont volontairement choisis par un agent oligopolistique maximisant son profit. Par exemple, Böhm, Maskin, Polemarchakis et Postlewaite (1983) ont considéré une économie d'échange où un monopoleur fait face à un ensemble de consommateurs concurrentiels. Ils montrent que le rationnement des quantités permet au monopoleur d'accroître ses profits lorsque les consommateurs sont de divers types car ce rationnement permet une certaine discrimination entre les consommateurs. Par ailleurs, ils montrent que ce rationnement n'est jamais utilisé si les consommateurs sont tous du même type.

Nous nous intéressons dans cet article à l'existence de rationnement endogène dans un duopole à produits différenciés du type meneur-suiveur et un seul type de consommateurs. Nos duopoleurs diffèrent des duopoleurs de Stackelberg car ils se concurrencent à la fois en prix *et* en quantités plutôt que simplement en prix *ou* en quantités. Nous n'excluons pas qu'une firme puisse choisir un couple prix-quantité *en-deçà* de la fonction de demande à laquelle elle est confrontée à l'équilibre. Nous croyons que ces caractéristiques abstraites correspondent à certains aspects importants du comportement observé des entrepreneurs : d'abord ils sont impliqués dans un réseau d'interactions stratégiques et ensuite leurs décisions portent directement à la fois sur les prix et les quantités. Les modèles usuels de duopole supposent que les firmes ne peuvent choisir qu'une des variables, le prix ou la quantité, étant donné que l'autre est alors contrainte par la fonction de demande à laquelle la firme fait face. Ils reposent sur l'hypothèse ou la contrainte implicite que l'équilibre sera effectivement un couple de points sur les fonctions de demande respectives des duopoleurs. Nous croyons qu'une telle caractéristique doit être dérivée le cas échéant comme résultat et non imposée a priori.

Nous avons montré ailleurs (Boyer et Moreaux, 1988a et 1988b) dans deux contextes différents que le rationnement des consommateurs est effectivement une stratégie maximisatrice de profit pour le meneur car il permet à ce dernier de vendre sa production à un prix plus élevé sans craindre de la part du suiveur une stratégie d'undercutting, i.e. une réduction de prix qui empêcherait le meneur de vendre toute sa production. Le rationnement ou un prix apparemment hors-équilibre est une variable stratégiquement choisie : ce qui était « observé » comme un phénomène de prix rigides et de déséquilibre s'avère être dans ce cas un équilibre stratégique à prix totalement flexibles. Le premier contexte considéré utilise l'ensemble des couples prix-quantité comme espace des stratégies pour les duopoleurs : chaque duopoleur choisit un prix et une quantité maximale (ou une capacité de production rendant ce choix crédible) qu'il accepte de vendre au prix choisi; dans ce cas, le nombre de consommateurs servis dépendra de la quantité choisie et des prix d'équilibre qui déterminent la quantité demandée individuelle. Dans le second contexte, l'espace des stratégies est constitué des couples prix-nombre de consommateurs servis : chaque duopoleur choisit un prix et le nombre maximal de consommateurs (ou une capacité de service rendant ce choix crédible) qu'il accepte de satisfaire. Dans ce deuxième cas, la quantité totale produite par une firme dépendra du nombre de consommateurs servis choisi par la firme et des prix d'équilibre déterminant la quantité demandée par chacun de ces consommateurs. L'équilibre diffère sensiblement d'un contexte à l'autre.

Nous considérons dans cet article un modèle « linéaire » où la demande individuelle pour un bien dépend de trois paramètres : α, l'abcisse à l'origine de la demande, β, la pente de la demande et γ, le coefficient de substituabilité des produits. Nous caractérisons pour chaque contexte la demande résiduelle à une firme et nous illustrons pour chacun l'existence du rationnement à l'équilibre. Nous démontrons de plus que le nombre de consommateurs rationnés par le meneur est indépendant dans les deux contextes considérés des paramètres α et β de la fonction de demande individuelle. Ce résultat théorique non-anticipé et pour le moins surprenant a été obtenu à l'aide du programme de manipulation symbolique MACSYMA de Symbolics Inc. (1987).

La pertinence empirique du rationnement endogène ou d'équilibre identifié dans cet article repose sur le fait que le modèle développé a des caractéristiques explicites davantage structurelles, i.e. descriptives du comportement des firmes, que ne le sont les caractéristiques ou formes réduites des modèles de duopole usuels. De plus, le rationnement qui sur la base de nos résultats devrait être une caractéristique fondamentale des environnements stratégiques peut très bien ne pas être observable directement, i.e. par un observateur superficiel. Nous montrons dans Boyer et Moreaux (1989b) qu'un choix stratégique de rationnement peut dans les faits être crédiblement pratiqué par l'intermédiaire par exemple d'un budget de publicité adéquat pour fins de rationnement mais sous-optimal au sens usuel du terme. Ainsi, la firme rationne sans que des files d'attente ne se développent à ses portes. Ce phénomène n'est pas rare pour qui sait dépasser l'observation superficielle des comportements stratégiques et des équilibres qu'ils génèrent (voir aussi Gelman et Salop 1983). De toute évidence, les résultats théoriques que nous dérivons dans le présent article ont des implications importantes pour l'économétrie des fonctions de demande (nos équilibres et donc les observations ne sont pas sur les fonctions de demande) et l'économétrie du déséquilibre (nos demandes excédentaires sont un phénomène d'équilibre).

Cet article est organisé comme suit : nous présentons dans la section II le modèle de demande linéaire avec produits différenciés et nous caractérisons dans les sections III et IV la demande résiduelle à une firme dans chacun des contextes retenus et dans les sections V et VI les équilibres correspondants.

II. LE MODÈLE DE LA DEMANDE

Pour que l'analyse reste simple, on considère la généralisation la plus immédiate du modèle de demande linéaire :

$$q = \alpha - \beta p \tag{II.1}$$

Si maintenant il y a deux biens, $i=1,2$, dont les demandes sont identiques lorsque leurs prix sont égaux, $p_1=p_2=p$, on peut écrire (II.1) sous la forme

$$q_1+q_2 = \alpha - \beta p$$

soit encore :

$$q_i = \frac{1}{2}(\alpha - \beta p)$$

Lorsque les prix sont différents, la demande du bien i dépend linéairement de son prix et de la différence de prix $p_i - p_j$, c'est-à-dire en supposant que cette dernière dépendance est symétrique de sorte que le coefficient par lequel on multiplie $p_i - p_j$ ne dépend pas du bien i considéré :

$$q_i = \frac{1}{2}\left(\alpha - \beta p_i - \beta \frac{\gamma}{2}(p_i - p_j)\right), \qquad i,j = 1,2,\ i \neq j \tag{II.2}$$

ou γ peut s'interpréter comme une mesure de la substituabilité. La demande de bien i a donc finalement pour expression :

$$q_i = \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{4}\beta(2+\gamma)p_i + \frac{1}{4}\beta\gamma p_j \tag{II.3}$$

Si $\gamma>0$, un accroissement de p_j augmente la demande de bien i et inversement si $\gamma<0$. Donc, les biens sont des substituts si $\gamma>0$, des compléments si $\gamma<0$. On ne considérera dans cette étude que le cas des biens substituts.

Shubik et Levitan (1980) ont montré que ces fonctions de demande sont celles d'un consommateur qui aurait pour fonction d'utilité la fonction :

$$U(q_1,q_2,y) = \frac{\alpha}{\beta}(q_1+q_2) - \frac{1}{2\beta}(q_1+q_2)^2 - \frac{1}{2\beta(1+\gamma)}(q_1-q_2)^2 + y$$

où $y = M - p_1q_1 - p_2q_2$, et M est l'avoir initial en monnaie.

Puisque des valeurs négatives de q_1 et q_2 n'ont pas de sens, les fonctions (II.3) ne représentent les demandes que sur un certain domaine qu'il convient maintenant de déterminer. Considérons le prix du bien i fixé à p_i. Alors, il existe un prix $\bar{p}_j(p_i)$ auquel la demande de bien i s'annule. De (II.3) ont déduit que :

$$\bar{p}_j(p_i) = \frac{2+\gamma}{\gamma}p_i - \frac{2\alpha}{\beta\gamma} \tag{II.4}$$

Pour des prix $p_j \leq \bar{p}_j(p_i)$, alors $q_i=0$. Maintenant en inversant (II.4), on obtient le prix p_i pour lequel la demande q_i en bien i s'annule lorsque le prix du bien j est fixé à p_j, à savoir :

$$\bar{\bar{p}}_i(p_j) = \frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)} + \frac{\gamma}{2+\gamma}p_j \tag{II.5}$$

Pour des prix $p_i \geq \bar{\bar{p}}_i(p_j)$, alors $q_i=0$.

Lorsque $q_j=0$, la maximisation de $U(q_1,q_2,y)$ sous la contrainte budgétaire détermine la demande en bien i sur le domaine dé- fini par $p_i \leq \bar{p}_i(p_j)$ ou $p_j \geq \bar{\bar{p}}_j(p_i)$:

$$q_i = \frac{\alpha(1+\gamma)}{2+\gamma} - \frac{\beta(1+\gamma)}{2+\gamma}p_i \tag{II.6}$$

De plus $q_i > 0$ si $p_i < \alpha/\beta$ et $q_i = 0$ si $p_i \geq \alpha/\beta$.

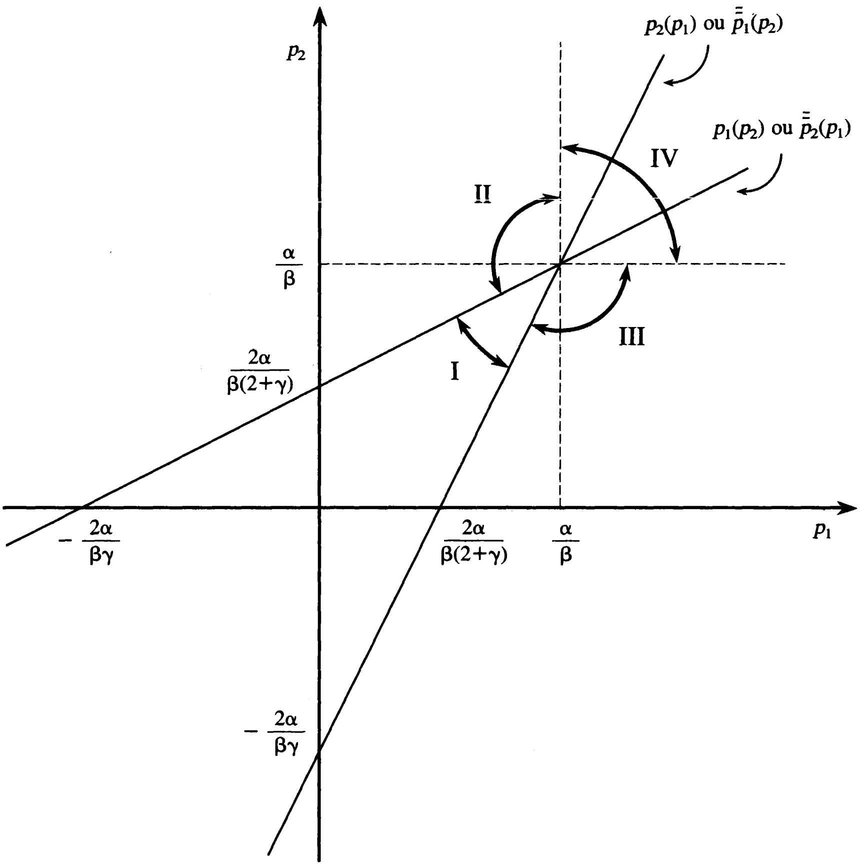
Les différentes zones de l'espace (p_i, p_2) où les diverses fonctions de demande ont cours sont représentées sur la figure II.1. Dans la région I, les deux biens sont demandés. Dans la région II, seul le bien 1 est demandé et dans la région III, seul le bien 2. Enfin, dans la zone IV, les demandes des deux biens sont simultanément nulles.

On notera que si $\gamma=0$, alors $\bar{\bar{p}}_2(p_1)$ est la droite horizontale d'ordonnée $p_2=\alpha/\beta$, le niveau de prix auquel la demande de bien 2 s'annule lorsque les biens sont indépendants. Dans ce cas, $\bar{\bar{p}}_1(p_2)$ est la verticale d'abscisse $p_1=\alpha/\beta$. Lorsque $\gamma \to \infty$, $\bar{\bar{p}}_1(p_2)$ et $\bar{\bar{p}}_2(p_1)$ convergent vers la droite à 45° $p_1=p_2$: plus les biens sont des substituts proches, plus la zone I se rétrécit, les prix des deux biens ne pouvant pas être très différents sans que la demande de l'un d'eux s'annule. Dans tous les cas, les droites $\bar{\bar{p}}_2(\cdot)$ et $\bar{\bar{p}}_1(\cdot)$ se coupent en $p_1=p_2=\alpha/\beta$.

Remarquons que

$$\frac{x}{2} + \frac{\beta\gamma}{4}p_j \gtrless \frac{\alpha(1+\gamma)}{2+\gamma} \text{ selon que } p_j \gtrless \frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)}.$$

FIGURE II.I



p_2
$p_2(p_1)$ ou $\bar{\bar{p}}_1(p_2)$
$p_1(p_2)$ ou $\bar{\bar{p}}_2(p_1)$
IV
II
$\frac{\alpha}{\beta}$
III
$\frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)}$
I
$-\frac{2\alpha}{\beta\gamma}$
$\frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)}$
$\frac{\alpha}{\beta}$
p_1
$-\frac{2\alpha}{\beta\gamma}$

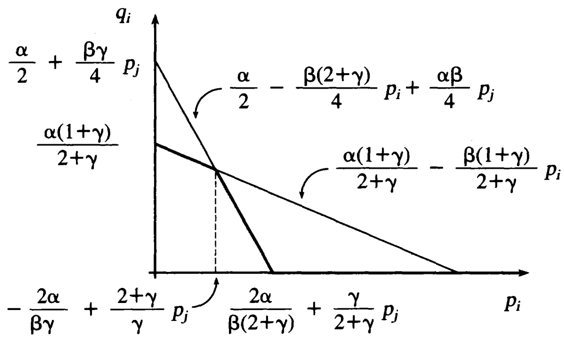
Par ailleurs, $\frac{\beta(2+\gamma)}{4} > \frac{\beta(1+\gamma)}{2+\gamma}$ si $\gamma>0$. La demande walrasienne en bien i d'un consommateur a donc pour expression si P est le vecteur des prix (p_1,p_2) :

$$q_i(P) = \begin{cases} \max\{ \frac{\alpha(1+\gamma)}{2+\gamma} - \frac{\beta(1+\gamma)}{2+\gamma} p_i, 0\}, \text{ si } \frac{\alpha}{\beta} \leq p_j & \text{(II.7a)} \\ \max\{\min\{ \frac{\alpha(1+\gamma)}{2+\gamma} - \frac{\beta(1+\gamma)}{2+\gamma} p_i, \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_i + \frac{\beta\gamma}{4} p_j\}, 0\}, & \\ \qquad \text{si } \frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)} < p_j < \frac{\alpha}{\beta} & \text{(II.7b)} \\ \max\{ \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_i + \frac{\beta\gamma}{4} p_j, 0\}, \quad \text{si } p_j \leq \frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)} & \text{(II.7c)} \end{cases}$$

La fonction (II.7b) est représentée à la figure II.2 [les autres cas sont illustrés dans Boyer et Moreaux (1989a)] :

FIGURE II.2
DEMANDE INDIVIDUELLE DE BIEN (i) SI

$$\frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)} < p_j < \frac{\alpha}{\beta}$$



La fonction (II.6) qui est la demande de bien i lorsque le prix du bien j est trop élevé pour que le consommateur veuille acquérir du bien j, est aussi la fonction de demande en bien i d'un consommateur qui n'aurait pas accès au marché du bien j, même si le prix de ce bien était suffisamment faible pour qu'il désire l'acquérir, c'est-à-dire d'un consommateur totalement rationné en bien j. Notons q_i^r cette demande non-walrasienne :

$$q_i^r(p_i) = \max\{ \frac{\alpha(1+\gamma)}{2+\gamma} - \frac{\beta(1+\gamma)}{2+\gamma} p_i, 0\} \qquad \forall p_j \tag{II.8}$$

On a donc :

$$q_i^r(p_i) \begin{cases} > q_i(P), & \text{si } p_j \in (0, \alpha/\beta) \text{ et } p_i \in (\max\{0, \bar{p}_i(p_j)\}, \alpha/\beta) \\ = q_i(P), & \text{sinon.} \end{cases} \tag{II.9}$$

On supposera que le marché est constitué d'un continuum $[0, n]$ de consommateurs identiques dont les fonctions de demande sont celles qu'on vient de décrire. On notera $d_i(P)$ la demande walrasienne de bien i:

$d_i(P) = nq_i(P)$

III. CONCURRENCE EN PRIX ET QUANTITÉS ET DEMANDE À UNE FIRME

Une stratégie de la firme i est un couple (p_i, q_i^s) signifiant qu'elle est prête à vendre toute quantité au plus égale à q_i^s au prix p_i. On notera $Q^s = (q_i^s, q_2^s)$ le vecteur des quantités offertes.

Si pour l'une des firmes, par exemple j, la quantité offerte q_j^s est inférieure à sa demande walrasienne $d_j(P)$, un certain nombre de consommateurs seront rationnés. On suppose qu'un consommateur désirant acquérir la quantité $q_j(P)$ de bien j est soit totalement servi soit totalement rationné. Convenons de noter n_j la mesure de l'ensemble des consommateurs rationnés en bien j. La demande en bien i de ces consommateurs est alors $q_i^r(p_i)$ de sorte que la demande totale en bien i est égale à :

$$(n-n_j)q_i(P) + n_j q_i^r(P) \tag{III.1}$$

Étant donné des prix P et des offres Q^s comment les ventes des deux firmes sont-elles déterminées ?

— si les offres sont au moins égales aux demandes walrasiennes, aucun consommateur n'est rationné et les ventes sont égales aux demandes walrasiennes, soit en notant $v_i(P,Q^s)$ les ventes de la firme i:

$$q_i^s \geq d_i(P) \quad i=1,2 \Rightarrow \left| \begin{array}{ll} n_i = 0 & i=1,2 \\ \\ v_i(P,Q^s) = d_i(P) & i=1,2 \end{array} \right. \tag{III.2}$$

— si pour l'une des firmes, par exemple i, l'offre est inférieure à la demande walrasienne, $q_i^s < d_i(P)$, et si l'autre firme j est prête à satisfaire l'accroissement de sa demande qu'implique le rationnement de certains consommateurs par la firme i, alors les ventes de la firme i sont égales à son offre et celles de la firme j à la demande qui s'adresse à elle. En d'autres termes :

$$q_i^s < d_i(P) \text{ et } q_j^s \geq (n - \frac{q_i^s}{q_i(P)})\, q_j^r(P) + \frac{q_i^s}{q_i(P)}\, q_j(P)\ j \neq i$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} n_i = n - (q_i^s / q_i(P)), \quad n_j = 0 \\ \\ v_i(P,Q^s) = q_j^s \text{ et } v_j(P,Q^s) = n_i q_i^r(P) + (n-n_i) q_j(P) \end{array} \right. \tag{III.3}$$

— si pour l'une des firmes, par exemple i, l'offre est inférieure à la demande walrasienne, $q_i^s < d_i(P)$, et si l'autre firme n'est pas prête à satisfaire l'accroissement de demande que provoquerait le seul rationnement en bien i, alors il doit y avoir rationnement effectif des deux biens, c'est-à-dire $n_i > 0$ $i=1,2$. Dans ce cas, si les rationnements sont aléatoires et indépendants (c'est-à-dire la probabilité d'être rationné en bien i est indépendante de la probabilité d'être rationné en bien j) certains individus obtiendront les quantités des deux biens qu'ils voulaient acquérir, d'autres seront rationnés en un seul bien et enfin certains seront rationnés pour les deux biens. On aura alors:

- nombre de consommateurs non-rationnés: $(n-n_i)(n-n_j)/n$;
- nombre de consommateurs non-rationnés en bien i et rationnés en bien j: $(n-n_i)n_j/n$;
- nombre de consommateurs rationnés en bien i et j: $n_i n_j/n$.

Les nombres n_i et n_j sont déterminés comme solutions du système d'équations:

$$\begin{aligned} &\frac{(n-n_i)n_j}{n}\, q_i^r(p_i) + \frac{(n-n_i)(n-n_j)}{n}\, q_i(P) = q_i^s \quad && i=1,2 \\ &0 < n_i < n && i=1,2 \end{aligned} \tag{III.4}$$

Ce système admet toujours au moins une solution. Il peut même en admettre plusieurs. Mais même dans ce cas le niveau des ventes est parfaitement déterminé: il est pour chaque firme égal à son offre. En résumé:

$$q_i^s < d_i(P) \text{ et } q_j^s < (n - \frac{q_i^s}{q_i(P)})\, q_j^r(P) + \frac{q_i^s}{q_i(P)}\, q_j(P) \qquad j \neq i$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{ll} n_i > 0 & i=1,2 \\ v_i(P,Q^s) = q_i^s & i=1,2 \end{array} \right. \tag{III.5}$$

La demande à la firme i, qu'on notera $d_i^f(\cdot)$, est la quantité maximale qu'elle peut vendre au prix qu'elle fixe, compte tenu du prix et de la quantité offerte du substitut par la firme j. Elle est donc de la forme générale:

$$d_i^f(P,q_j^s) = n_j q_i^r(P) + (n-n_j)q_i(P) \tag{III.6a}$$

$$\text{où } n_j = \max\{0, n - \frac{q_j^s}{q_j(P)}\} \tag{III.6b}$$

et puisque pour tout P: $q_i^s(P) \geq q_i(P)$ par (II.9), la demande à une firme est toujours au moins égale à sa demande walrasienne:

$$\forall P, \forall q_j^s: d_i^f(P, q_j^s) \geq d_i(P) \tag{III.7}$$

Déterminons la forme de la fonction $d_i^f(\cdot)$ pour le modèle de demande défini à la section II:

— si $p_j \geq \alpha/\beta$ la demande de bien j est toujours nulle et donc

$$d_i^f(p_i, p_j, q_j^s) = n \max\{ \frac{\alpha(1+\gamma)}{2+\gamma} - \frac{\beta(1+\gamma)}{2+\gamma}\, p_i, 0\}\ \forall q_j^s,\ \forall p_i \tag{III.8}$$

— si $2\alpha/(\beta(2+\gamma)) \leq p_j < \alpha/\beta$ la demande en bien j est d'abord nulle, tant que $p_i \leq \bar{p}_i(p_j) = \frac{2+\gamma}{\gamma}\, p_j - \frac{2\alpha}{\beta\gamma}$, puis croît linéairement avec p_i jusqu'à atteindre sa valeur maximale $n(\frac{\alpha(1+\gamma)}{2+\gamma} - \frac{\beta(1+\gamma)}{2+\gamma}\, p_j)$ lorsque $p_i \geq \bar{\bar{p}}_i(p_j)$.

Si q_j^s est supérieur à cette quantité, aucun consommateur ne peut jamais être rationné en bien j. Si au contraire q_j^s est inférieur à cette quantité, le prix à partir duquel certains consommateurs seront rationnés en bien i est donné comme solution de l'équation $q_j^s = d_j(p_j, p_i)$, soit:

$$p_i = -\frac{2\alpha}{\beta\gamma} + \frac{4}{n\beta\gamma} q_j^s + \frac{2+\gamma}{\gamma} p_j \tag{III.9}$$

qui est égale à $\bar{p}_i(p_j)$ si $q_j^s = 0$. Lorsque $q_j^s < n(\frac{\alpha(1+\gamma)}{2+\gamma} - \frac{\beta(1+\gamma)}{2+\gamma} p_j)$ le nombre des consommateurs rationnés en bien j est égal à:

$$n_j = n - \frac{4q_j^s}{2\alpha - \beta(2+\gamma)p_j + \beta\gamma p_i} \tag{III.10a}$$

et

$$\frac{dn_j}{dp_i} = \frac{4\beta\gamma q_j^s}{(2\alpha - \beta(2+\gamma)p_j + \beta\gamma p_i)^2} > 0 \tag{III.10b}$$

$$\frac{d^2 n_j}{dp_i^2} = -\frac{8\beta^2\gamma^2 q_j^s}{(2\alpha - \beta(2+\gamma)p_j + \beta\gamma p_i)^2} < 0 \tag{III.10c}$$

On notera que si $q_j^s > 0$, le nombre d'individus rationnés reste toujours inférieur à n et prend comme valeur maximale, lorsque $p_i \geq \bar{\bar{p}}_i(p_j)$:

$$n_j = n - \frac{(2+\gamma)q_j^s}{(1+\gamma)(\alpha - \beta p_j)} \tag{III.11}$$

En résumé, dans ce cas la fonction $d_i^f(\cdot)$ a pour expression:

$$d_i^f(p_i, p_j, q_j^s) \begin{cases} = n \max\{\min\{(\frac{(1+\gamma)}{2+\gamma})(\alpha - \beta p_i), \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_i + \frac{\beta\gamma}{4} p_j\}, 0\}, \\ \quad \text{si } q_j^s \geq n(\frac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha - \beta p_j), \ \forall p_i \\ \quad \text{ou si } q_j^s < n(\frac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha - \beta p_j) \\ \quad\quad \text{et } p_i \leq -\frac{2\alpha}{\beta\gamma} + \frac{4}{n\beta\gamma} q_j^s + \frac{2+\gamma}{\gamma} p_j & \text{(III.12a)} \\ = \frac{4q_j^s}{2\alpha - \beta(2+\gamma)p_j + \beta\gamma p_i} \max\{\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_i + \frac{\beta\gamma}{4} p_j, 0\} \\ \quad + (n - \frac{4q_j^s}{2\alpha - \beta(2+\gamma)p_j + \beta\gamma p_i}) \max\{(\frac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha - \beta p_i), 0\}, \\ \quad \text{si } q_j^s < n(\frac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha - \beta p_j) \\ \quad\quad \text{et } p_i > -\frac{2\alpha}{\beta\gamma} + \frac{4}{4\beta\gamma} q_j^s + \frac{2+\gamma}{\gamma} p_j & \text{(III.12b)} \end{cases}$$

La demande III.12 est représentée à la figure III.1 pour le cas où

$$0 < q_j^s < n\left(\frac{1+\gamma}{2+\gamma}\right)(\alpha-\beta p_j)$$

— si $p_j < 2\alpha/(\beta(2+\gamma))$ la demande en bien j est positive en $p_i = 0$ et égale à $\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_j$, puis comme dans le cas précédent croît linéairement avec p_i jusqu'à atteindre sa valeur maximale $n\left(\frac{1+\gamma}{2+\gamma}\right)(\alpha-\beta p_j)$ lorsque $p_i \geq \bar{\bar{p}}_i(p_j)$.

Il y aura donc rationnement en bien i, même lorsque $p_i = 0$, si $q_j^s < n\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(1+\gamma)}{4} p_j\right)$. On a donc dans ce cas :

$$d_i^f(p_i,p_j,q_j^s) \begin{cases} = n \max\{\min\{\left(\frac{1+\gamma}{2+\gamma}\right)(\alpha-\beta p_i), \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_i + \frac{\beta\gamma}{4} p_j\},0\}, \\ \quad \text{si } q_j^s \geq n\left(\frac{1+\gamma}{2+\gamma}\right)(\alpha-\beta p_j),\ \forall p_i \\ \quad \text{ou si } q_j^s \in \left(n\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_j\right), n\left(\frac{1+\gamma}{2+\gamma}\right)(\alpha-\beta p_j)\right) \\ \quad \text{et } p_i \leq -\frac{2\alpha}{\beta\gamma} + \frac{4}{n\beta\gamma} q_j^s + \frac{2+\gamma}{\gamma} p_j \qquad \text{(III.13a)} \\ = \frac{4q_j^s}{2\alpha-\beta(2+\gamma)p_j+\beta\gamma p_i} \max\{\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_i + \frac{\beta\gamma}{4} p_j,0\} \\ \quad + \left(n - \frac{4q_j^s}{2\alpha-\beta(2+\gamma)p_j+\beta\gamma p_i}\right) \max\{\left(\frac{1+\gamma}{2+\gamma}\right)(\alpha-\beta p_i),0\}, \\ \quad \text{si } q_j^s \leq n\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_j\right),\ \forall p_i \\ \quad \text{ou si } q_j^s \in \left(n\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_j\right), n\left(\frac{1+\gamma}{2+\gamma}\right)(\alpha-\beta p_j)\right) \\ \quad \text{et } p_i > -\frac{2\alpha}{\beta\gamma} + \frac{4}{n\beta\gamma} q_j^s + \frac{2+\gamma}{\gamma} p_j \qquad \text{(III.13b)} \end{cases}$$

La demande III.13 est représentée à la figure III.2 pour le cas où

$$q_j^s \in \left(n\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_j\right), n\left(\frac{1+\gamma}{2+\gamma}\right)(\alpha-\beta p_j)\right)$$

Sur les figures III.1 et III.2, les points a et b sont d'ordonnées :

pour a : $n\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta\gamma}{4} p_j\right)$ $\qquad$ pour b : $n\,\frac{\alpha(1+\gamma)}{2+\gamma}$

et les points d, e, f et g sont d'abscisses :

pour d: $-\dfrac{2\alpha}{\beta\gamma}+\dfrac{2+\gamma}{\gamma}p_j$ pour e: $\dfrac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)}+\dfrac{\gamma}{2+\gamma}p_j$

pour f: $\dfrac{\alpha}{\beta}$, pour g: $-\dfrac{2\alpha}{\beta\gamma}+\dfrac{4}{n\beta\gamma}q_j^s-\dfrac{2+\gamma}{\gamma}p_j$

Enfin, A est la fonction $n(\dfrac{\alpha}{2}-\dfrac{\beta(2+\gamma)}{4}p_i+\dfrac{\beta\gamma}{4}p_j)$ et B est la fonction $n(\dfrac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha-\beta p_i)$. On a représenté pour comparaison, en pointillé, la courbe de demande walrasienne. Dans les figures III.1 et III.2, $d_i^f(\cdot)$ n'est pas tangente à la droite (B) en $p_i=\dfrac{\alpha}{\beta}$, car $q_j^s>0$.

FIGURE III.1

$d_i^f(\cdot)\mid 2\alpha/(\beta(2+\gamma))\leq p_j<\alpha/\beta$ et

$0<q_j^s<n(\dfrac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha-\beta p_j)$

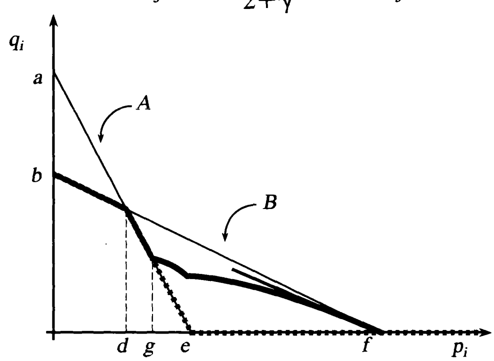
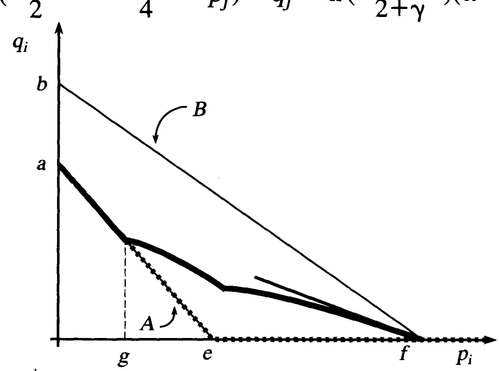


FIGURE III.2

$d_i^f(\cdot)\mid p_j<2\alpha/(\beta(2+\gamma))$ et

$n(\dfrac{\alpha}{2}-\dfrac{\beta(2+\gamma)}{4}p_j)<q_j^s<n(\dfrac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha-\beta p_j)$



IV. CONCURRENCE EN PRIX ET NOMBRE DE CONSOMMATEURS SERVIS, ET DEMANDE À UNE FIRME

Dans ce type de concurrence, l'entreprise j s'engage à servir à un prix p_j, $n-n_j$ consommateurs, quelles que soient les quantités qu'ils demandent. Soit $vv_i(P,N)$ où $N=(n_1,n_2)$ les ventes de la firme i:

$$vv_i(P,N) = \frac{(n-n_i)(n-n_j)}{n} q_i(P) + \frac{(n-n_i)n_j}{n} q_i^r(P_i) \quad i = 1,2 \quad \text{(IV.1)}$$

La demande à la firme i, que l'on notera $dd_i^f(p_i,p_j,n_j)$, qui correspond aux ventes maximales de cette firme est évidemment obtenue en posant $n_i=0$ dans (IV.1). On a alors

$$dd_i^f(p_i,p_j,n_j) = n_j q_i^r(P) + (n-n_j)q_i(P) \quad \text{(IV.2)}$$

et comme dans le cas du modèle de concurrence en prix et quantités, cette demande est au moins égale à la demande walrasienne puisque $q_i^r(p_i) \geq q_i(p_i,p_j)$ (cf. (II.9)):

$$dd_i^f(p_i,p_j,n_j) \geq d_i(P) \quad \text{(IV.3)}$$

Pour le modèle de demande défini à la section II, la fonction $dd_i^f(\cdot)$ a pour expression

$$dd_i^f(p_i,p_j,n_j) \begin{cases} = n \max\{(\frac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha-\beta p_i),0\}, \quad \text{si } \frac{\alpha}{\beta} \leq p_j & \text{(IV.4a)} \\ = n_j \max\{(\frac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha-\beta p_i),0\} & \\ \quad + (n-n_j)\max\{\min\{(\frac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha-\beta p_i), \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_i + \frac{\beta\gamma}{4} p_j\},0\}, & \\ \qquad \text{si } \frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)} < p_j < \frac{\alpha}{\beta} & \text{(IV.4b)} \\ = n_j \max\{(\frac{1+\gamma}{2+\gamma})(\alpha-\beta p_i),0\} & \\ \quad + (n-n_j)\max\{\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta(2+\gamma)}{4} p_i + \frac{\beta\gamma}{4} p_j,0\}, & \\ \qquad \text{si } p_j \leq \frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)} & \text{(IV.4c)} \end{cases}$$

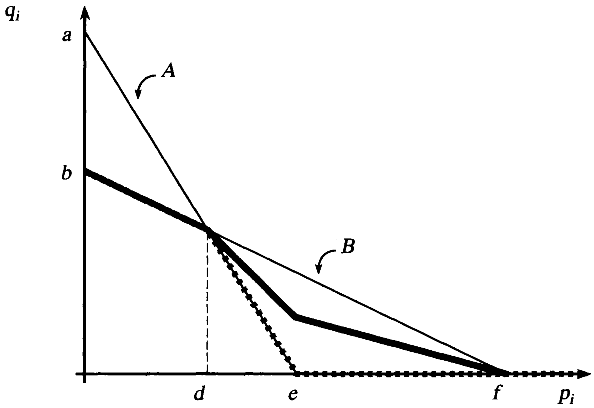
La portion IV.4b de cette demande est représentée à la figure IV.1 pour le cas où elle diffère de la demande walrasienne et

où $\frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)} < p_j < \frac{\alpha}{\beta}$

Sur cette figure, les points a, b, d, e et f sont de mêmes abscisses et ordonnées qu'aux figures III.1 et III.2.

FIGURE IV.1

$$dd_i^f(\cdot) \mid \frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)} < p_j < \alpha/\beta$$



V. L'ÉQUILIBRE DE STACKELBERG DANS LE MODÈLE DE CONCURRENCE EN PRIX ET QUANTITÉS

Supposons que chaque firme travaille à coût moyen constant et soit $C_i(\cdot)$ sa fonction de coût :

$$C(q_i) = c_i q_i \qquad c_i > 0,\ i = 1,2 \tag{V.1}$$

Convenons d'indicer par 1 le meneur et par 2 le suiveur. Notons $MR_2(\cdot)$ la correspondance de meilleure réponse du suiveur :

$$(p_2^*, q_2^{*s}) \in MR_2(p_1, q_1^s) \tag{V.2}$$

$$\Leftrightarrow (p_2^*, q_2^{*s}) \in \underset{p_2, q_2^s}{\arg\max}\{p_2 v_2(p_1, p_2, q_1^s, q_2^s) - c_2 q_2^s\}$$

On définit alors un équilibre de Stackelberg comme un couple de prix et de quantités offertes (P^*, Q^{*s}) qui maximise le profit du meneur, (p_2^*, q_2^{*s}) étant contraint d'être une meilleure réponse du suiveur au choix (p_1^*, q_1^{*s}) du meneur :

$$(P^*, Q^{*s}) \in \arg\max\{p_1 v_1(P, Q^s) - c_1 q_1^s \mid (p_2, q_2^s) \in MR_2(p_1, q_1^s)\} \tag{V.3}$$

On dira qu'en équilibre (P^*, Q^{*s}) est un équilibre avec rationnement s'il existe au moins une firme dont les ventes sont inférieures à la quantité walrasienne demandée de son produit :

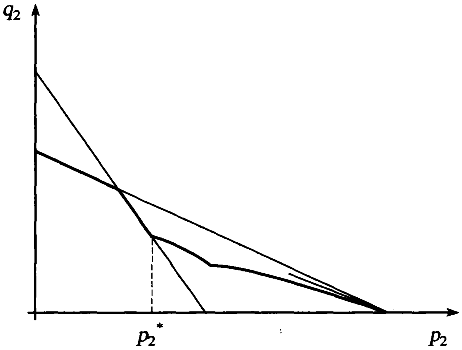
$$\exists i: v_i(P^*, Q^{*s}) < d_i(P^*) \tag{V.4}$$

Par définition $v_i(P, Q^s) = \min\{q_i^s, d_i^f(p_i, p_j, q_j^s\}$ et, d'après (III.7) $d_i^f(p_i, p_j, q_j^s) \geq d_i(p_i, p_j)$, donc si un équilibre est un équilibre avec rationnement il est nécessaire que l'offre d'une des firmes soit inférieure à sa demande. Maintenant si l'équilibre est un équilibre dans lequel les deux firmes produisent et font un profit positif (c'est-à-dire si c_i, $i=1,2$, est suffisamment petit) alors : $p_2>c_2$ et $\min\{q_2^{*s}, d_i^f(p_2^*, p_1^*, q_1^{*1})\}>0$, et dans ce cas le suiveur a intérêt à satisfaire la totalité de la demande qui s'adresse à lui : $q_2^{*s}=d_2^f(p_2^*, p_1^*, q_1^{*1})$. Le rationnement, s'il existe, ne peut être que le fait du meneur. Nous avons montré dans Boyer et Moreaux (1987, 1988a, 1988b) que, de façon générale, le meneur a toujours effectivement intérêt à rationner la demande qui s'adresse à lui et que la quantité qu'il offre et qu'il vend est toujours inférieure à la demande walrasienne. À l'équilibre le meneur fait l'objet de la menace suivante : s'il augmente très légèrement la quantité qu'il met sur le marché ou le prix auquel il vend, le suiveur réduit significativement son prix de sorte que le marché du meneur s'écroule.

La nécessité, pour le meneur, de ne pas satisfaire la totalité de la demande qui s'adresse à lui au prix qu'il fixe, à l'équilibre, apparaît très clairement dans le cas extrême où les deux biens sont des substituts parfaits ($\gamma=\infty$). Imaginons qu'au prix qu'il fixe le meneur anticipe de satisfaire la totalité de sa demande, le suiveur pourrait prendre alors tout le marché en fixant un prix légèrement plus faible. Le meneur doit donc laisser insatisfaite la demande de certains consommateurs qui s'adresseront au suiveur. Celui-ci les servira à un prix supérieur au prix fixé par le meneur. Pour que le suiveur soit indifférent entre fixer un prix juste inférieur à celui du meneur et se saisir de tout le marché d'une part, et d'autre part, fixer un prix plus élevé et ne servir que les seuls consommateurs non servis par le meneur, il faut que le nombre de consommateurs rationnés par le suiveur soit suffisamment élevé. Fondamentalement c'est le même phénomène qui joue lorsque les biens ne sont pas des substituts parfaits.

Montrons d'abord, en supposant pour simplifier que $c_1=c_2=0$ (ou de façon analogue que $c_1=c_2=c>0$ en interprétant alors les prix comme la marge unitaire sur coûts variables), pourquoi il est impossible que le meneur ne rationne pas à l'équilibre. Supposons (P^*, Q^{*s}) tel que $d_1(p_1^*, p_2^*)=q_1{}^*s$ et examinons la situation du suiveur. L'égalité précédente et le fait que le meneur satisfasse la totalité de la demande qui s'adresse à lui implique que $q_2^{*s}=d_2(p_1^*, p_2^*)$. On est alors dans la situation décrite à la figure V.1.

FIGURE V.1



En effet, si meneur et suiveur font tous deux un profit positif, on doit avoir :

$$-\frac{2\alpha}{\beta\gamma}+\frac{2+\gamma}{\gamma}\,p_1^* < p_2^* < \frac{2\alpha}{\beta(2+\gamma)}+\frac{\gamma}{2+\gamma}\,p_1^* \qquad (V.5)$$

Le non-respect de la première inégalité impliquerait que la demande au meneur est nulle. Le non-respect de la seconde avec $d_1(p_1^*,p_2^*)=q_1^{*s}$ impliquerait que la demande au suiveur est nulle. Alors :

$$p_2^* = -\frac{2\alpha}{\beta\gamma}+\frac{4}{n\beta\gamma}\,q_1^{*s}-\frac{2+\gamma}{\gamma}\,p_1^*$$

C'est la seule valeur de p_2 pour laquelle $d_1(p_1^*,p_2^*)=q_1^{*s}$. On est donc dans le cas de la figure III.2. Maintenant en $p_2=p_2^*$, il est clair que puisque les biens sont des substituts, si $p_2\epsilon(p_2^*-\varepsilon,p_2^*)$, ε suffisamment petit, la demande à la firme est la droite de demande walrasienne car $d_1(p_1^*,p_2)<q_1^{*s}$:

$$p_2<p_2^* \Rightarrow d_2^{\mathrm{f}}(p_2,p_1^*,q_1^{*s}) = d_2(p_2^*,p_2) = n\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta(1+\gamma)}{4}\,p_2+\frac{\beta\gamma}{4}\,p_j^*\right) \qquad (V.6)$$

mais que si $p_2\epsilon(p_2^*,p_2^*+\varepsilon)$, la demande à la firme 2 est une demande qui implique que certains consommateurs sont rationnés en bien 1 car $d_1(p_1^*,p_2)>q_1^{*s}$:

$$p_2 > p_2^* \Leftrightarrow$$

$$d_2^f(p_2,p_1^*,q_1^{*s}) = \frac{4q_1^{*s}}{2\alpha-\beta(2+\gamma)p_1^*+\gamma\beta p_2}\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta(2+\gamma)}{4}\,p_2+\frac{\beta\gamma}{4}\,p_1^*\right)$$

$$+\left(n-\frac{4q_1^{*s}}{2\alpha-\beta(2+\gamma)p_1^*+\gamma\beta p_i}\right)\left(\frac{1+\gamma}{2+\gamma}\right)(\alpha-\beta p_2)$$

$$>n\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta(2+\gamma)}{4}\,p_2+\frac{\beta\gamma}{4}\,p_1^*\right) = d_2(p_1^*,p_2) \qquad (V.7)$$

En p_2^* la fonction de demande et donc la fonction de recette $p_2d_2^f(p_2,p_1^*,q_1^{*s})$ ne sont pas différentiables et alors de deux choses l'une :

— ou bien $\lim\limits_{p_2\uparrow p_2^*}\dfrac{\partial p_2d_2^f(p_2,p_1^*,q_1^{*s})}{\partial p_2}<0$ et la firme 2 aurait réalisé un profit supérieur en fixant un prix plus faible que p_2^*,

— ou bien $\lim\limits_{p_2\uparrow p_2^*}\dfrac{\partial p_2d_2^f(p_2,p_1^*,q_1^{*s})}{\partial p_2}\geq 0$ et alors

$$\lim_{p_2\downarrow p_2^*}\frac{\partial p_2d_2^f(p_2,p_1^*,q_1^{*s})}{\partial p_2} > \lim_{p_2\uparrow p_2^*}\frac{\partial p_2d_2^f(p_2,p_1^*,q_1^{*s})}{\partial p_2}\geq 0$$

(se rappeler que $\partial n_1/\partial p_2>0$ par (III.10b) et que

$\dfrac{\alpha}{2}-\dfrac{\beta(2+\gamma)}{4}\,p_2-\dfrac{\beta\gamma}{4}\,p_1^*<\dfrac{(1+\gamma)}{2+\gamma}\,(\alpha-\beta p_1^*)$ au voisinage de $p_2=p_2^*$) et la firme 2 aurait réalisé un profit supérieur en fixant un prix plus élevé que p_2^*.

Montrons maintenant qu'à l'équilibre le meneur est nécessairement menacé d'une importante baisse de prix par le suiveur s'il augmente très légèrement la quantité qu'il offre. Soit (P^*, Q^{*s}) un équilibre. On vient de voir que le meneur est rationné, donc que :

$$-\frac{2\alpha}{\beta\gamma}+\frac{4}{n\beta\gamma}\,q_1^{*s}-\frac{2+\gamma}{\gamma}\,p_1^* < p_2^*$$

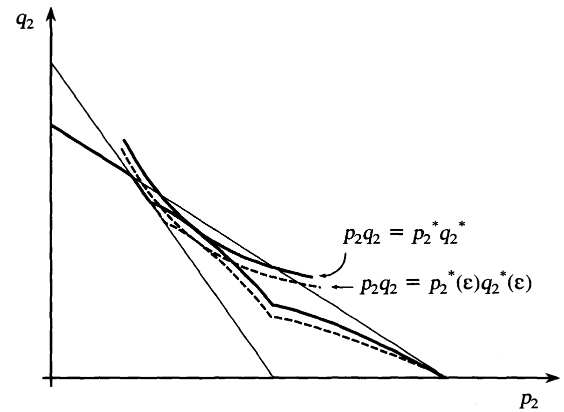
Alors l'hyperbole équilatère d'équation :

$$p_2q_2 = p_2^*q_2^{*s}$$

où $q_2^{*s} = d_2^f(p_2^*, p_1^*, q_1^{*s}) > d_2(p_1^*, p_2^*)$

est tangente à $d_2^f\,(p_2, p_1^*, q_1^{*s})$ en p_2^*. Supposons que (p_2^*, q_2^{*s}) soit le seul point de tangence de cette hyperbole et de $d_2^f\,(p_2, p_1^*, q_1^{*s})$ ainsi qu'on la représente sur la figure V.2

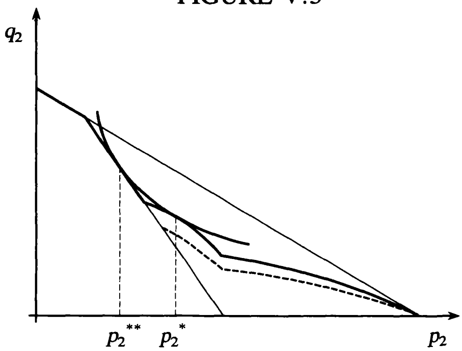
FIGURE V.2



NOTES : trait plein : équilibre du suiveur si $p_1 = p_1^*$ et $q_1^s = q_1^{s*}$
trait pointillé : équilibre du suiveur si $p_1 = p_1^*$ et $q_1^s = q_1^{s*}+\delta$

Alors pour le même prix p_1^* le meneur pourrait augmenter légèrement son offre de q_1^{*s} à $q_1^{*s}+\delta$. Cette augmentation déplacera le prix choisi par le suiveur mais ce prix restera supérieur à $-\frac{2\alpha}{\beta\gamma}+\frac{4}{n\beta\gamma}\,(q_1^{*s}+\delta)-\frac{2+\gamma}{\gamma}\,p_1^*$ si δ est suffisamment petit, de sorte que le meneur pourra toujours vendre la totalité de cette offre accrue $q_1^{*s}+\delta$ au prix p_1^*. Donc q_1^{*s} ne serait pas optimal. Le meneur a clairement intérêt à accroître son offre jusqu'à ce que l'hyperbole (p_2q_2) correspondant au profit maximal du suiveur soit tangente en deux points à la demande $d_2^f(p_2, p_1^*, q_1^{*s})$, un premier point de tangence étant situé sur la partie non-walrasienne de la courbe de demande et le second sur la partie walrasienne, comme on l'a représenté sur la figure V.3.

FIGURE V.3

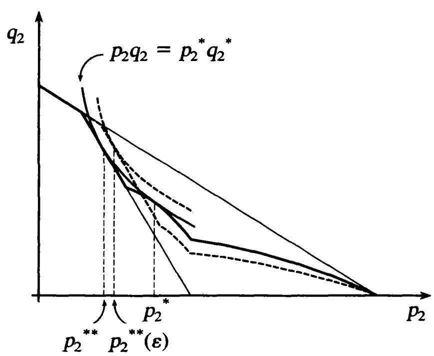


NOTES : trait plein : $d_2^f(p_2,p_1^*,q_1^{s*})$
trait pointillé : $d_2^f(p_2,p_1^*,q_1^{s*}+\delta)$

Au point p_1^* avec une offre q_1^{*s} le suiveur est indifférent entre choisir le prix p_2^* et le prix p_2^{**}. Au premier prix p_2^* le meneur vend la quantité q_1^{*s} et au second prix $p_2^{**} < -\dfrac{2\alpha}{\beta\gamma} + \dfrac{4}{n\beta\gamma}\, q_1^{*s} - \dfrac{2+\gamma}{\gamma}\, p_1^*$ le meneur ne vendrait pas la quantité q_1^{*s} mais une quantité plus faible car l'inégalité précédente implique que $d_1(p_1^*,p_2^{**})<q_1^{*s}$. À l'équilibre le suiveur choisit donc p_2^* et le meneur vend q_1^{*s} au prix p_1^*. Si le meneur accroissait légèrement son offre de $\delta>0$, la partie walrasienne de la demande à la firme 2 serait inchangée et la partie non-walrasienne correspondrait à une courbe plus basse représentée en pointillé sur la figure V.3. Alors le suiveur maximiserait son profit au seul point $p_2=p_2^{**}$ et le meneur vendrait une quantité inférieure à q_1^{*s}. Donc en accroissant son offre il ferait une perte, car il obligerait le suiveur à baisser significativement son prix de p_2^* à p_2^{**}.

À l'équilibre le meneur est également soumis en cas de hausse de son prix à une menace de baisse significative de prix du suiveur qu'on peut illustrer comme suit. Considérons un équilibre représenté à la figure V.4.

FIGURE V.4



Une légère hausse du prix du meneur de p_1^* à $p_1^*+\varepsilon$, pour la même quantité offerte q_1^{*s}, a pour effet de déplacer la partie walrasienne de la demande du suiveur parallèlement à elle-même vers la droite et d'abaisser la partie non-walrasienne, la courbe de demande à la firme 2 après cette hausse étant représentée en pointillé sur la figure V.4. La firme 2 maximise alors ses profits du point $p_2^{**}(\varepsilon)$ proche de p_2^{**}; le prix choisi par le suiveur a donc chuté de p_2^* à $p_2^{**}(\varepsilon)$, provoquant une réduction de la demande du meneur qui ne peut plus vendre maintenant la quantité q_1^{*s} mais une quantité significativement plus faible pour un prix pratiquement identique. Symétriquement il est clair que si la firme 1 choisissait un prix inférieur à p_1^*, pour la même quantité offerte q_1^{*s} le suiveur choisirait un point proche de p_2^*. La firme 1 vendrait alors la même quantité q_1^{*s} mais à un prix plus faible.

Les mêmes raisonnements s'appliquent pour un prix p_1 quelconque qui n'est pas nécessairement le prix d'équilibre. Pour ce prix p_1 on peut calculer quel serait le prix choisi par le suiveur s'il était sur sa demande walrasienne. Notons $\hat{p}(p_1)$ ce prix (qui correspond au prix p_2^{**} de la figure V.3 si $p_1=p_1^*$). On peut également calculer le prix $\tilde{p}_2(p_1,q_1^s)$ qui serait choisi par le suiveur pour une demande en bien 1 nécessairement rationnée au niveau q_1^s. La quantité maximale que peut vendre le meneur au prix p_1 est alors donnée comme solution de l'équation :

$$\hat{p}_2(p_1)d_2(p_1,\hat{p}_2(p_1)) = \tilde{p}_2(p_1,q_1^s)d_2^f(\tilde{p}_2(p_1,q_1^s),p_1,q_1^s) \tag{V.8}$$

condition d'égalité des profits du suiveur (puisqu'on suppose les coût nuls) en $\hat{p}_2(p_1)$ et $\tilde{p}_2(p_1,q_1^s)$. Dans le cas de la figure V.3 où $p_1=p_1^*$, nous avons $\hat{p}_2(p_1^*)= p_2^{**}$ et $\tilde{p}_2(p_1^*,q_1^{*s})=p_2^*$. La solution de l'équation (V.8) définit une relation $q_1{}^s{}_{\max}(p_1)$, qui donne la quantité maximale que le meneur peut mettre sur le marché au prix p_1 et qu'il est sûr de vendre compte tenu de la réaction du suiveur. En d'autres termes, c'est la fonction de demande effective avec laquelle il doit maximiser son profit.

Afin de caractériser de façon plus précise l'équilibre de Stackelberg en (P,Q^s), considérons les fonction de demande II.3 et II.8 que nous pouvons réécrire pour les fins de notre propos comme suit en nous restreignant pour le moment au domaine dans lequel ces demandes sont non-nulles et en supposant sans perte de généralité que $n=1$:

$$q_1(p_1,p_2) = 0.5(\alpha-\beta p_1-0.5\beta\gamma(p_1-p_2)) \tag{V.9}$$
$$q_2(p_1,p_2) = 0.5(\alpha-\beta p_2-0.5\beta\gamma(p_2-p_1)) \tag{V.10}$$
$$q_2^r(p_2) = ((1+\gamma)/(2+\gamma))(\alpha-\beta p_2) \tag{V.11}$$

Rappelons que le nombre d'individus rationnés par le meneur est

$$n_1(p_1,p_2,q_1^s) = 1-q_1^s/q_1(p_1,p_2)$$

et donc que la quantité vendue par la firme 2 sera

$$v_2(p_1,p_2,q_1^s) = (1-n_1(p_1,p_2,q_1^s))q_2(p_1,p_2)+n_1(p_1,p_2,q_1^s)q_2^r(p_2).$$

Afin de caractériser la fonction de meilleure réponse du suiveur, considérons son profit

$$\Pi_2(p_1,p_2,q_1^s) = p_2 v_2(p_1,p_2,q_1^s) =$$

$$p_2\left[\frac{(\gamma+1)(\alpha-\beta p_2)\left(1-\dfrac{2.0q_1^s}{-0.5\beta\gamma(p_1-p_2)-\beta p_1+\alpha}\right)}{\gamma+2} + \frac{(-0.5\beta\gamma(p_2-p_1)-\beta p_2+\alpha)q_1^s}{-0.5\beta\gamma(p_1-p_2)-\beta p_1+\alpha}\right] \tag{V.12}$$

La fonction de meilleur réponse peut être déduite de la condition de premier ordre suivante

$$\partial\Pi_2(p_1,p_2,q_1^s)/\partial p_2 =$$

$$p_2\left[-\frac{\beta(\gamma+1)\left(1-\dfrac{2.0q_1^s}{-0.5\beta\gamma(p_1-p_2)-\beta p_1+\alpha}\right)}{\gamma+2} - \frac{0.5\beta\gamma(-0.5\beta\gamma(p_2-p_1)-\beta p_2+\alpha)q_1^s}{(-0.5\beta\gamma(p_1-p_2)-\beta p_1+\alpha)^2} + \frac{\beta\gamma(\gamma+1)(\alpha-\beta p_2)q_1^s}{(\gamma+2)(-0.5\beta\gamma(p_1-p_2)-\beta p_1+\alpha)^2} + \frac{(-0.5\beta\gamma-\beta)q_1^s}{-0.5\beta\gamma(p_1-p_2)-\beta p_1+\alpha}\right]$$

$$+\frac{(\gamma+1)(\alpha-\beta p_2)\left(1-\dfrac{2.0q_1^s}{-0.5\beta\gamma(p_1-p_2)-\beta p_1+\alpha}\right)}{\gamma+2} + \frac{(-0.5\beta\gamma(p_2-p_1)-\beta p_2+\alpha)q_1^s}{-0.5\beta\gamma(p_1-p_2)-\beta p_1+\alpha} = 0 \tag{V.13}$$

qui peut s'écrire sous forme de meilleure réponse comme suit :

$$p_2^*(p_1,q_1^s) = -\frac{\gamma q_1^{*s}-\alpha\gamma-\alpha}{2\beta\gamma+2\beta} \tag{V.14}$$

La solution du problème précédent suppose implicitement que le suiveur laisse le meneur vendre q_1^s au prix p_1 et correspond ainsi au prix $\tilde{p}_2(p_1,q_1^s)$ défini précédemment. Le suiveur peut toujours choisir un prix $p_2=\hat{p}_2(p_1)$ en maximisant son profit $\Pi_2(p_1,p_2,q_1^s)=p_2^* q_2(p_1,p_2^*)$ sur sa demande walrasienne. Le prix $p_2^{**}=\hat{p}_2(p_1)$ s'obtient de la condition de premier ordre :

$$\partial\Pi_2(p_1,p_2,q_1^s)/\partial p_2 = 0.5(-0.5\beta\gamma(p_2-p_1)-\beta p_2+\alpha) + 0.5(-0.5\beta\gamma-\beta)p_2 \tag{V.15}$$

qui donne

$$p_2^{**}(p_1,q_1^s) = \frac{\beta\gamma p_1+2\alpha}{2\beta\gamma+4\beta} \tag{V.16}$$

La fonction de demande effective au meneur est obtenue en égalisant le profit que réaliserait le suiveur à $p_2 = p_2^* = \tilde{p}_2(p_1, q_1^s)$ et le profit qu'il réaliserait à $p_2 = p_2^{**} = \hat{p}_2(p_1)$. Or :

$$\Pi_2(p_1, p_2^{**}.q_1^s) = p_2^{**} q_2(p_1, p_2^{**}) =$$

$$[0.5(\beta\gamma p_1 + 2\alpha)(-0.5\beta\gamma(\frac{\beta\gamma p_1 + 2\alpha}{2\beta\gamma + 4\beta} - p_1) - \frac{\beta(\beta\gamma p_1 + 2\alpha)}{2\beta\gamma + 4\beta} + \alpha)](2\beta\gamma + 4\beta)^{-1} \quad \text{(V.17)}$$

et $\Pi_2(p_1, p_2^*, q_1^s) =$

$$-(\gamma q_1^s - \alpha\gamma - \alpha)[(\gamma + 1)(\frac{\beta(\gamma q_1^s - \alpha\gamma - \alpha)}{2\beta\gamma + 2\beta} + \alpha)$$

$$(1 - \frac{2.0 q_1^s}{-0.5\beta\gamma(\frac{\gamma q_1^s - \alpha\gamma - \alpha}{2\beta\gamma + 2\beta} + p_1) - \beta p_1 + \alpha})/(\gamma + 2)$$

$$+ \frac{q_1^s(-0.5\beta\gamma(-\frac{\gamma q_1^s - \alpha\gamma - \alpha}{2\beta\gamma + 2\beta} - p_1) + \frac{\beta(\gamma q_1^s - \alpha\gamma - \alpha)}{2\beta\gamma + 2\beta} + \alpha)}{-0.5\beta\gamma(\frac{\gamma q_1^s - \alpha\gamma - \alpha}{2\beta\gamma + 2\beta} + p_1) - \beta p_1 + \alpha}]$$

$$/(2\beta\gamma + 2\beta) \quad \text{(V.18)}$$

Ainsi la fonction inverse de demande effective au meneur s'écrit, en égalisant V.17 et V.18 :

$$p_1(q_1^s) = -\frac{\text{sqrt}(\gamma + 1)(2\gamma q_1^s - 2\alpha\gamma - 2\alpha) + 2\alpha\gamma + 2\alpha}{\beta\gamma(\gamma + 1)} \quad \text{(V.19)}$$

et le profit du meneur $\Pi_1(p_1, q_1^s) = p_1(q_1^s) q_1^s$ peut être maximisé. De la condition de premier ordre

$$\partial\Pi_1(p_1, q_1^s)/\partial q_1^s = -\frac{\text{sqrt}(\gamma + 1)(2\gamma q_1^s - 2\alpha\gamma - 2\alpha) + 2\alpha\gamma + 2\alpha}{\beta\gamma(\gamma + 1)} - \frac{2q_1^s}{\beta\text{sqrt}(\gamma + 1)} = 0 \quad \text{(V.20)}$$

nous obtenons

$$q_1^s = -\frac{\alpha\text{sqrt}(\gamma + 1) - \alpha\gamma - \alpha}{2\gamma} \quad \text{(V.21)}$$

et par conséquent

$$p_1^* = -\frac{\text{sqrt}(\gamma + 1)(-\alpha\text{sqrt}(\gamma + 1) + \alpha\gamma - \alpha) + 2\alpha\gamma + 2\alpha}{\beta\gamma(\gamma + 1)} \quad \text{(V.22)}$$

$$p_2^* = -\frac{-\frac{\alpha\text{sqrt}(\gamma + 1) - \alpha\gamma - \alpha}{2} - \alpha\gamma - \alpha}{2\beta\gamma + 2\beta} \quad \text{(V.23)}$$

$$p_2^{**} = \frac{2\alpha - \dfrac{\mathrm{sqrt}(\gamma+1)(-\alpha\mathrm{sqrt}(\gamma+1) - \alpha\gamma - \alpha) + 2\alpha\gamma + 2\alpha}{\gamma+1}}{2\beta\gamma + 4\beta} \tag{V.24}$$

La demande walrasienne exprimée pour le bien 1 est donc

$$q_1(p_1^*, p_2^*) = 0.5[-0.5\beta\gamma(\frac{-\dfrac{\alpha\mathrm{sqrt}(\gamma+1) - \alpha\gamma - \alpha}{2} - \alpha\gamma - \alpha}{2\beta\gamma + 2\beta}$$

$$- \frac{\mathrm{sqrt}(\gamma+1)(-\alpha\mathrm{sqrt}(\gamma+1) - \alpha\gamma - \alpha) + 2\alpha\gamma + 2\alpha}{\beta\gamma(\gamma+1)})$$

$$+ \frac{\mathrm{sqrt}(\gamma+1)(-\alpha\mathrm{sqrt}(\gamma+1) - \alpha\gamma - \alpha) + 2\alpha\gamma + 2\alpha}{\gamma(\gamma+1)} + \alpha] \tag{V.25}$$

et le nombre de consommateurs servis par le meneur devient

$$q_1^{s*}/q_1(p_1^*, p_2^*) = -1.0[\alpha\mathrm{sqrt}(\gamma+1) - \alpha\gamma - \alpha]/$$

$$[\gamma(-0.5\beta\gamma(\frac{-\dfrac{\alpha\mathrm{sqrt}(\gamma+1) - \alpha\gamma - \alpha}{2} - \alpha\gamma - \alpha}{2\beta\gamma + 2\beta}$$

$$- \frac{\mathrm{sqrt}(\gamma+1)(-\alpha\mathrm{sqrt}(\gamma+1) - \alpha\gamma - \alpha) + 2\alpha\gamma + 2\alpha}{\beta\gamma(\gamma+1)})$$

$$+ \frac{\mathrm{sqrt}(\gamma+1)(-\alpha\mathrm{sqrt}(\gamma+1) - \alpha\gamma - \alpha) + 2\alpha\gamma + 2\alpha}{\gamma(\gamma+1)} + \alpha)] =$$

$$= \frac{-8\gamma^2 + \mathrm{sqrt}(\gamma+1)(8\gamma+8) - 16\gamma - 8}{-\gamma^3 + \mathrm{sqrt}(\gamma+1)(3\gamma^2 + 12\gamma + 8) - 13\gamma^2 - 20\gamma - 8} \tag{V.26}$$

L'expression V.26 nous amène au résultat pour le moins surprenant suivant : *le nombre de consommateurs servis par le meneur est indépendant des paramètres* α *et* β *de la demande individuelle et ne dépend que du paramètre* γ *mesurant le degré de substituabilité entre les produits!!!* Ce résultat est de toute évidence spécifique au modèle « linéaire » analysé ici et de plus a été obtenu en supposant que la demande walrasienne en bien 2 ne s'annule pas à l'équilibre.

VI. L'ÉQUILIBRE DE STACKELBERG DANS LE MODÈLE DE CONCURRENCE EN PRIX ET NOMBRE DE CONSOMMATEURS SERVIS

Notons $MMR_2(\cdot)$ la correspondance de meilleure réponse du suiveur dans ce modèle :

$$(p_2^*, n_2^*) \in MMR_2(p_1, n_1)$$
$$\Leftrightarrow (p_2^*, n_2^*) \in \arg\max_{p_2, n_2}\{(p_2 - c_2)vv(p_1, p_2, n_1, n_2)\} \tag{VI.1}$$

Un équilibre de Stackelberg est un couple de prix et de consommateurs rationnés (P^*,N^*) qui maximise le profit du meneur, $(p_2{}^*,n_2{}^*)$ étant contraint d'être une meilleure réponse à la décision $(p_1{}^*,n_1{}^*)$ du meneur :

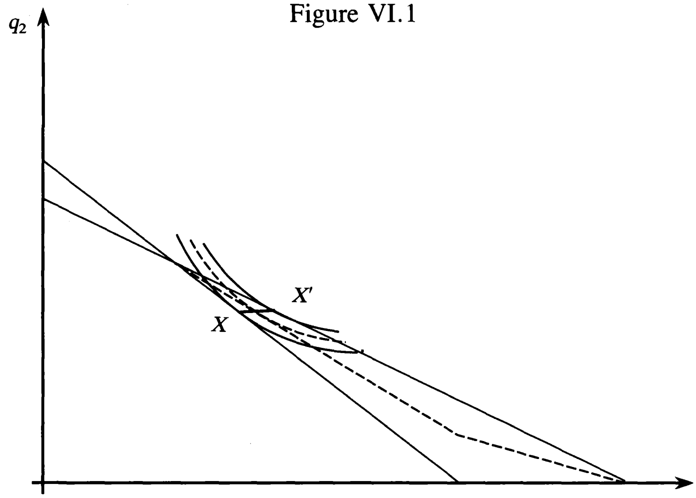
$$(P^*,N^*) \in \underset{P\ ,N}{\arg\max}\{(p_1-c_1)vv_1(P,N) | (p_2,n_2) \in MMR_2(p_1,n_1)\} \qquad \text{(VI.2)}$$

On dira qu'un équilibre (P^*,N^*) est un équilibre avec rationnement s'il existe au moins une firme qui s'engage à ne servir qu'un nombre de consommateurs inférieur à n :

$$\exists i : n_i^* > 0 \qquad \text{(VI.3)}$$

Il est évident que le suiveur n'a jamais intérêt à rationner aucun consommateur. Montrons alors pourquoi il n'y aura rationnement de la part du meneur que si les deux biens sont des substituts suffisamment proches. Supposons que les biens soient des substituts éloignés de sorte que la demande walrasienne qui s'adresse à la firme 2 n'est pas très éloignée de la demande de monopole de cette firme, c'est-à-dire la demande face à laquelle elle se trouve si la firme 1 rationne tous les consommateurs. (figure VI.1)

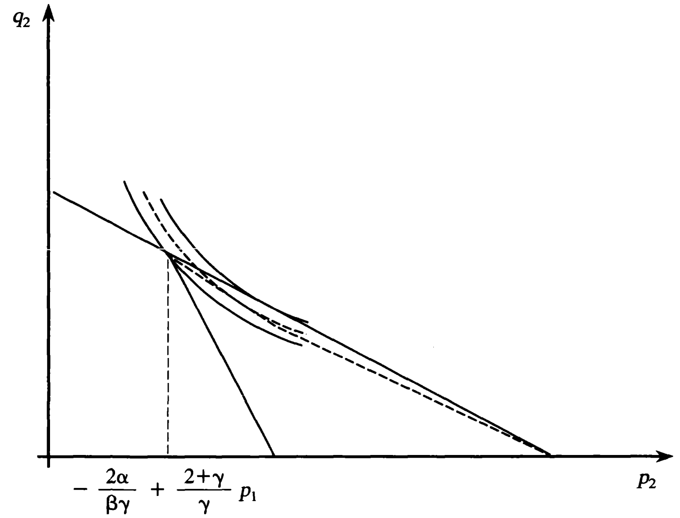
Figure VI.1



Lorsque le meneur ne rationne aucun consommateur le suiveur choisit le point X, point de tangence de sa demande walrasienne et de la plus élevée des hyperboles d'iso-profit compatibles avec sa demande. Au fur et à mesure que le meneur rationne sa demande les points choisis par le meneur décrivent la courbe XX'. Dans ce cas de figure l'accroissement du nombre de consommateurs rationnés par le meneur a peu d'effet sur le niveau de prix choisi par le suiveur. La perte du nombre de consommateurs non-servis n'est pas compensée, pour le meneur, par le choix par le suiveur d'un niveau de prix plus élevé, et à l'équilibre le meneur ne rationnera pas.

Supposons au contraire que les biens soient des substituts très proches. Dans ce cas les pentes de la demande walrasienne de bien 2 lorsque les deux biens sont vendus est en valeur absolue très forte, de sorte que si le meneur ne rationnait pas, le suiveur serait amené à choisir le prix $p_2 = -\frac{2\alpha}{\beta\gamma} + \frac{2+\gamma}{\gamma} p_1$ auquel la demande du bien 1 s'annule :

FIGURE VI.2



La seule façon pour le meneur de conserver un marché est donc de rationner certains consommateurs.

On conçoit donc aisément que, lorsque la concurrence est une concurrence en prix et nombre de consommateurs servis il n'y aura rationnement à l'équilibre que si les biens sont des substituts suffisamment proches. Considérant les demandes II.3 et II.8, nous pouvons écrire le profit du suiveur comme suit où n_1 est le nombre de consommateurs rationnés par la firme 1 :

$$\Pi_2(p_2;p_1,n_1) = p_2(n-n_1)\frac{1}{2}(\alpha-\beta(1+\frac{1}{2}\gamma)p_2+\frac{1}{2}\beta\gamma p_1) \\ + p_2 n_1((1+\gamma)/(2+\gamma))(\alpha-\beta p_2) \qquad \text{(VI.4)}$$

La fonction de meilleure réponse peut être obtenue de la condition de premier ordre (rappelons que $n_2=0$). Ainsi :

$$p_2^*(p_1,n_1) = \frac{M(n_1) + R(n_1)p_1}{Q(n_1)} \tag{VI.5}$$

où $M(n_1) = 0.5\alpha(n-n_1) + \dfrac{\alpha n_1(1+\gamma)}{2+\gamma}$

$R(n_1) = 0.25(n-n_1)\beta\gamma$

$Q(n_1) = \beta(n-n_1)(1+\dfrac{\gamma}{2}) + \dfrac{2\beta n_1(1+\gamma)}{2+\gamma}$

La fonction de profit du meneur s'écrit alors :

$$\Pi_1(p_1,n_1) = p_1(n-n_1)\frac{1}{2}(\alpha-\beta(1+\frac{1}{2}\gamma)p_1+\frac{1}{2}\beta\gamma(M(n_1)$$
$$+R_1(n_1)p_1)/Q(n_1).$$

La maximisation de $\Pi_1(p_1,n_1)$ peut être faite d'abord par rapport à p_1 et ensuite par rapport à n_1. La maximisation par rapport à p_1 mène à :

$$p_1^*(n_1) = \frac{\alpha + \dfrac{0.5\beta\gamma M(n_1)}{Q(n_1)}}{2\beta(1+\dfrac{\gamma}{2}) - \dfrac{\beta\gamma R(n_1)}{Q(n_1)}} \tag{VI.6}$$

Ainsi la fonction de profit du meneur peut s'écrire en fonction de n_1 :

$$\Pi_1(n_1) = p_1(n_1)(n-n_1)0.5(\alpha-\beta(1+\frac{\gamma}{2})p_1(n_1)$$
$$+\frac{0.5\beta\gamma(M(n_1)+R(n_1)p_1(n_1))}{Q(n_1)}) \tag{VI.7}$$

La dérivée de $\Pi_1(n_1)$ par rapport à n_1 peut être obtenue à l'aide du programme MACSYMA; elle est présentée au complet dans Boyer et Moreaux (1989a, appendice 1). Elle peut s'écrire, en posant $n=1$:

$$\begin{aligned}
&-\alpha^2(\gamma^2 n_1-3\gamma^2-10\gamma-8)\\
&(\gamma^6 n_1^3-\gamma^6 n_1^2-14\gamma^5 n_1^2-16\gamma^4 n_1^2-\gamma^6 n_1+28\gamma^5 n_1\\
&+128\gamma^4 n_1+192\gamma^3 n_1+96\gamma^2 n_1+\gamma^6-14\gamma^5-176\gamma^4\\
&-640\gamma^3-1056\gamma^2-832\gamma-256)\\
&/(8\beta(\gamma+2)(\gamma^2 n_1-\gamma^2-8\gamma-8)^2\\
&(\gamma^2 n_1-\gamma^2-4\gamma-4)^2)=0
\end{aligned} \tag{VI.8}$$

Cette expression peut être simplifiée en éliminant le dénominateur et le premier facteur $(-\alpha^2)$ du numérateur. Nous obtenons alors un produit de deux polynômes en n_1. Le premier polynôme peut être simplifié aussi vu que sa racine est $n_1 = 3+10\gamma^{-1}+8\gamma^{-2} > 1$. Ainsi la condition de premier ordre peut s'écrire :

$$(\gamma^6 n_1^3 - \gamma^6 n_1^2 - 14\gamma^5 n_1^2 - 16\gamma^4 n_1^2 - \gamma^6 n_1 + 28\gamma^5 n_1$$
$$+128\gamma^4 n_1 + 192\gamma^3 n_1 + 96\gamma^2 n_1 + \gamma^6 - 14\gamma^5 - 176\gamma^4$$
$$-640\gamma^3 - 1056\gamma^2 - 832\gamma - 256) = 0, \qquad \text{(VI.9)}$$

un polynôme du troisième degré en n_1 seulement. La racine pertinente n_1^* peut être obtenue à l'aide du programme MACSYMA; elle est donnée au complet dans Boyer et Moreaux (1989a, appendice 2) pour $\gamma \geq 22$; nous obtenons $n_1^* = 0$ pour $\gamma \leq 22$. C'est la valeur de cette racine qui apparaît au tableau 1. Encore une fois, nous obtenons le résultat pour le moins surprenant que *le nombre de consommateurs rationnés par le meneur est indépendant des paramètres* α *et* β *de la demande individuelle et ne dépend que du paramètre* γ, *le coefficient de substituabilité entre les produits!!!.*

TABLEAU 1

RATIONNEMENT OPTIMAL À L'ÉQUILIBRE (P,N) EN FONCTION DE γ

$(\alpha = \beta = 1,\ n = 100)$

γ	n_1	p_1	v_1	q_1	p_2	v_2	q_2	Π_1	Π_2
0	0	.5	25	.25	.5	25	.25	12.5	12.5
	0	.5	25	.25	.5	25	.25	12.5	12.5
10	0	.18	35.4	.354	.159	47.6	.476	6.4	7.6
	0	.18	35.4	.354	.159	47.6	.476	6.4	7.6
20	0	.11	36.4	.364	.097	53.2	.532	4.1	5.1
	0	.11	36.4	.364	.097	53.2	.532	4.1	5.1
22	0	.105	36.5	.365	.090	53.8	.538	3.8	4.8
	0	.105	36.5	.365	.090	53.8	.538	3.8	4.8
23	0	.101	36.5	.365	.087	54.1	.541	3.7	4.7
	38	.125	29.6	.480	.133	56.0	.391	3.71	7.4
26	0	.092	36.6	.366	.078	54.9	.549	3.4	4.3
	57	.134	25.8	.597	.159	57.1	.256	3.5	9.1
28	0	.087	36.7	.367	.074	55.3	.553	3.2	4.1
	63	.137	24.5	.660	.169	57.4	.187	3.3	9.7
30	0	.082	36.7	.367	.070	55.7	.557	3.0	3.9
	68	.139	23.4	.720	.177	57.7	.121	3.3	10.2

NOTE : La première ligne donne l'équilibre de Stackelberg usuel; la deuxième ligne donne l'équilibre en (P,N).

BIBLIOGRAPHIE

AZARIADIS, C. (1979), « Implicit Contracts and Related Topics : a Survey » in Z. Hornstein & alii (eds), *The Economics of Labour Markets*, London, HMSO.

BOHM, V., E. MASKIN, H. POLEMARCHAKIS & A. POSTLEWAITE (1983) « Monopolistic Quantity Rationing », *Quarterly Journal of Economics* 98, supplement, 189-197.

BOYER, M. et M. MOREAUX (1986), « Rationnement, anticipations rationnelles & équilibres de Stackelberg », *Annales d'Économie & Statistiques* 1, 55-75.

BOYER, M. et M. MOREAUX (1987), « Being a Leader or a Follower : Reflection on the Distribution of Roles in Duopoly », *International Journal of Industrial Organization* 5, 175-192.

BOYER, M. et M. MOREAUX (1988a), « Rational Rationing in Stackelberg Equilibria », *Quarterly Journal of Economics* 103, 409-414.

BOYER, M. et M. MOREAUX (1988b), « Endogenous Rationing in a Differentiated Product Duopoly », *International Economic Review*, forthcoming.

BOYER, M. et M. MOREAUX (1989a), « Rationnement endogène et structure de marché », cahier 8907, Département de sciences économiques, Université de Montréal.

BOYER, M. et M. MOREAUX (1989b), « Strategic Pricing and Advertising in a Leader-Follower Framework » (en préparation).

CLOWER, R.W. (1965) « The Keynesian Counter-Revolution : a Theoretical Appraisal » in F.H. Hahn & F. Brechling, eds, *The Theory of Interest Rates*, MacMillan.

GELMAN, J.R. & S.C. SALOP (1983), « Judo Economics : Capacity Limitation under Coupon-Competition », *Bell Journal of Economics* 14, 315-25.

HARRIS M. & B. HOLMNSTROM (1982), « A Theory of Wage Dynamics », *Review of Economic Studies* XLIX, 315-333.

SHUBIK, M. with R. LEVITAN (1980), *Market Structure and Behavior*, Harvard University Press.

SYMBOLICS INC. (1987), *MACSYMA*, Symbolics Inc.-Computer Aided Mathematics Group, Cambridge (Mass.).