L'Actualité économique

Investissement en incertitude : extension du problème de la taille optimale d’une usine
Investment under uncertainty

Georges Dionne et Marc Pellerin

Volume 63, numéro 2-3, juin–septembre 1987

Incertain et information

URI : https://id.erudit.org/iderudit/601422ar
DOI : https://doi.org/10.7202/601422ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)
1710-3991 (numérique)

Citer cet article

Dionne, G. & Pellerin, M. (1987). Investissement en incertitude : extension du problème de la taille optimale d’une usine. *L'Actualité économique*, *63*(2-3), 256–281. https://doi.org/10.7202/601422ar

Résumé de l'article

Dans cet article, nous présentons un problème de choix d’investissement en incertitude. Au moment de prendre leurs décisions, les administrateurs ne connaissent pas la taille du marché (volume des ventes) mais connaissent le prix de vente du produit et la distribution a priori du niveau des ventes. Nous comparons le comportement des entreprises neutres au risque à celui des entreprises riscophobes. Un résultat intéressant est que les entreprises neutres au risque ne sont pas indifférentes à l’introduction et à la variation du risque. Nous présentons plusieurs extensions au problème initial dont la prise en compte de la valeur d’une étude de marché et le changement de la distribution a priori des ventes.

L'Actualité Économique. Revue d'analyse économique, vol. 63, n° 2-3, juin-septembre 1987

INVESTISSEMENT EN INCERTITUDE: EXTENSION DU PROBLÈME DE LA TAILLE OPTIMALE D'UNE USINE

Georges DIONNE
*Université de Montréal**
Marc PELLERIN
Ministère des Finances du Québec

Dans cet article, nous présentons un problème de choix d'investissement en incertitude. Au moment de prendre leurs décisions, les administrateurs ne connaissent pas la taille du marché (volume des ventes) mais connaissent le prix de vente du produit et la distribution a priori du niveau des ventes. Nous comparons le comportement des entreprises neutres au risque à celui des entreprises riscophobes. Un résultat intéressant est que les entreprises neutres au risque ne sont pas indifférentes à l'introduction et à la variation du risque. Nous présentons plusieurs extensions au problème initial dont la prise en compte de la valeur d'une étude de marché et le changement de la distribution a priori des ventes.

Investment under uncertainty. — In this article, we present a problem of investment under uncertainty. When the managers make investment decisions they do not know the market (sales opportunities) ; however they know the price and the a priori distribution of sales. We compare the behavior of risk averse firms to that of risk neutral firms. One interesting result in that risk neutral firms are not indifferent to the introduction of risk and to the change in risk. We present many extensions of the initial problem. Two of them are the consideration of market studies and the change of the a priori distribution of sales.

---

*Centre de recherche sur les transports et département de science économique.

Cet article reflète le point de vue des auteurs et n'engage en rien le ministère des Finances du Québec. Nous remercions L. Eeckhoudt pour ses commentaires sur une première version de l'article et, en particulier, pour avoir suggéré la figure 1. L. Maistre et C. Vanasse ont contribué aux calculs numériques. Cette recherche a été financée en partie par le fonds F.C.A.R.

INTRODUCTION

Lorsqu'un économiste doit décider de la viabilité d'un projet d'investissement, le critère qu'il considère habituellement est celui de la valeur présente nette (VPN). Les problèmes d'applications diffèrent, selon le contexte d'analyse dans lequel l'économiste se situe. Si le projet est de nature publique, le coût d'opportunité social est un élément important qui fait encore l'objet de débats très ardus. Dans un contexte de projet privé, le coût d'opportunité social, qui se ramène au coût du capital de la firme envisageant le projet, est également important mais la théorie déterminant ce taux est plus acceptée. Les calculs des flux de revenus ainsi que des coûts d'opportunité constituent une difficulté rencontrée également dans l'approche des projets privés comme dans celle des projets publics.

Nous pouvons utiliser l'approche de la VPN en incertitude lorsque certaines hypothèses sont vérifiées (Copeland et Weston, 1983). Entre autres, une hypothèse de comportement implicite est la maximisation de l'espérance mathématique de l'utilité des actionnaires. C'est le fondement même de la VPN. Si les marchés des capitaux sont parfaits et sans coûts de transaction importants, il est possible de montrer que le théorème de séparation de Fisher vaut autant en incertitude qu'en certitude : les décisions de production (ou d'investissement) et de consommation sont indépendantes. Une autre caractéristique intéressante de l'approche est que les préférences des actionnaires sont réflétées directement dans le prix des actions, ce qui diminue de beaucoup les besoins d'information lorsque des décisions doivent être étudiées ; les paramètres des fonctions d'utilité n'ont pas à être identifiés, par exemple.

Malheureusement, il est plutôt difficile de trouver des situations de décisions d'entreprises pour lesquelles toutes ces conditions (et d'autres conditions techniques non énumérées ici) sont remplies simultanément. De plus, l'existence de coûts de transaction importants d'organisation de marché et de contrôle du risque moral empêche l'utilisation des marchés d'assurance pour éliminer ou réduire les risques des projets. Les entreprises doivent donc assumer directement les risques d'où l'importance de ne pas considérer l'attitude face au risque des décideurs uniquement par le prix des actions. Diverses alternatives à celle proposée par les tenants de l'approche de la VPN ont été suggérées dans la littérature.

Certains auteurs ont proposé d'utiliser directement les préférences des actionnaires lorsque les prix des actions ne sont pas adéquats pour donner toute l'information nécessaire, mais d'autres ont indiqué qu'une pareille consultation occasionnait des coûts de transaction aussi importants que ceux qui limitent l'émergence de marchés d'assurance pour ces risques. Ils suggèrent de s'en remettre à une fonction d'utilité de la firme qui n'est pas fonction des prix des actions ni des préférences des actionnaires.

Drèze (1982, 1985) identifie bien les tenants des trois écoles précédentes mais, plus important encore, il suggère un modèle qui permet d'intégrer leurs considérations. C'est-à-dire qu'il présente un modèle général dans lequel, à l'équilibre, les décisions de chaque entreprise reflètent l'espérance mathématique de l'utilité des profits en terme d'une fonction d'utilité spécifique à la firme et qui peut dépendre des états de l'environnement, des préférences des actionnaires et des prix des actions dans les marchés financiers.

Lévy-Lambert et Dupuy (L-L-D, 1975) considèrent un cas d'application de la VPN en incertitude pour un projet d'investissement privé. Le problème consiste à déterminer la taille optimale d'une usine lorsque la firme neutre au risque fait face à une demande incertaine. La méthodologie utilisée consiste à maximiser la VPN sous contrainte que celle-ci est positive à la taille d'usine choisie. Ce problème est intéressant pour plusieurs raisons. Premièrement, c'est la taille du marché qui est incertaine lorsque l'entreprise prend sa décision et non le prix de vente du produit. Cette caractéristique modifie considérablement les conclusions qui nous sont familières sur le comportement des entreprises en incertitude. Entre autres, l'entreprise neutre au risque est beaucoup moins indifférente à l'introduction et à la variation de l'incertitude que dans les modèles de concurrence avec des prix aléatoires (Baron, 1970, Sandmo, 1971). Par contre, l'incertitude sur la taille du marché complique énormément l'analyse et rend difficile le calcul de solutions explicites. Une autre caractéristique intéressante du problème (reliée à la première) est qu'il permet d'envisager des scénarios ou des stratégies de la firme qui sont dépendants des informations sur l'état du marché reçues dans le temps. Par exemple, s'il devient possible de construire une deuxième usine dans un an lorsque la taille du marché sera connue, comment cette flexibilité affecte-t-elle la décision concernant la taille de la première usine en incertitude? Les décideurs peuvent également utiliser des informations reçues de spécialistes avant de prendre leurs décisions. Finalement, c'est un problème dont la structure permet d'appliquer plusieurs concepts théoriques simultanément tout en étant très malléable pour plusieurs extensions intéressantes.

Le but de cet article est essentiellement pédagogique. Il consiste à présenter une extension du modèle original de L-L-D et à relier les résultats obtenus à ceux connus. Nous envisagerons quatre cas. Le premier est le cas d'une firme riscophobe avec une loi de distribution uniforme des ventes. Les autres cas seront une firme neutre au risque avec une loi uniforme des ventes (énoncé original du problème), une firme neutre au risque avec une loi normale des ventes et une firme riscophobe avec une loi normale des ventes.

Comme nous l'avons mentionné plus haut, le fait de considérer l'hypothèse d'une firme riscophobe revient à supposer qu'au moins une des hypothèses nous permettant d'utiliser le critère de la VPN en incertitude n'existe plus. Le modèle que nous utiliserons est un cas particulier du modèle général de Drèze (1982, 1985). Il s'agit d'un modèle de maximisation de l'espérance mathématique de l'utilité de la firme qui ne tient pas compte des préférences des actionnaires ni du prix des actions sur les marchés financiers. De plus, les préférences ne sont pas fonction des états de l'environnement. Ainsi la fonction d'espérance d'utilité utilisée dans cet article s'apparente à celle des modèles de Baron (1970) et Sandmo (1971) bien que la structure du problème étudié soit très différente de celle considérée par ces auteurs qui ont étudié l'incertitude associée au prix de vente du produit. Puisque nous nous intéressons à un problème relié à l'incertitude associée à la taille du marché, nous nous référerons aux modèles de Mills (1959) et Hymans (1966).

Les questions intéressantes que nous adressons sont les suivantes : 1) Pourquoi l'incertitude sur la taille du marché affecte-t-elle les projets d'investissement des entreprises neutres au risque et non pas uniquement ceux des entreprises riscophobes? 2) Est-ce que les entreprises riscophobes choisissent toujours des niveaux d'investissement qui leur donnent des probabilités de ruine implicites inférieures à celles des entreprises neutres au risque? 3) Comment le remplacement d'une loi de distribution uniforme par une loi de distribution normale des ventes futures anticipées affecte-t-il les résultats obtenus, même ceux d'une entreprise neutre au risque?

Le reste de l'article comprend trois sections. La première décrit de façon générale le problème étudié et le situe dans la littérature économique. Le modèle théorique de base est alors présenté et certaines réponses aux questions soulevées sont proposées. Puis, le problème de L-L-D est analysé en détail et une conclusion propose des extensions au modèle. Les programmes informatiques utilisés et les instructions détaillées sont disponibles sur demande.

1) CADRE THÉORIQUE

1.A) *Énoncé général du problème de Lévy-Lambert et Dupuy*

Avant d'entreprendre l'investigation numérique du problème du choix de la taille d'une usine en incertitude, il est important de situer le modèle dans la littérature existante sur le comportement des firmes en incertitude. Nous pouvons énoncer le problème de la façon suivante.

Une société se propose de construire une usine afin d'entrer sur un marché nouveau dont le volume des ventes, non connu au moment de la décision, sera stable pour 15 ans et nul ensuite. Dans ce marché particulier, le prix est considéré comme une donnée qui ne varie pas dans le temps. De plus, le coût des dépenses courantes est constant, ce qui donne un profit par unité constant et indépendant de la taille de l'usine à construire. L-L-D considèrent également que la firme connaît son marché de façon certaine après un an c'est-à-dire au moment de livrer les premières quantités.

Puisque le marché est connu de façon certaine après un an, L-L-D supposent que la variable aléatoire n'est pas le profit de chaque période du projet (Π_t) mais la somme des profits ou revenus courants sur toute la durée du projet (c'est-à-dire $\Pi_1/(1+i) + \ldots + \Pi_T/(1+i)^T$). Si nous considérons le cas d'une firme qui maximise l'espérance mathématique de l'utilité de sa richesse finale, sa fonction objective est donnée par

$$EU(W_F) = EU\left[W_o + \sum_{t=1}^{15} \frac{\Pi_t}{(1+i)^t} - I_o \right] \tag{1}$$

où :

W_F représente la richesse finale ;
W_o est la richesse initiale ;
$\sum_{t=1}^{15} \frac{\Pi_t}{(1+i)^t}$ est la somme des revenus courants actualisés à la période 0 ;
I_o représente l'investissement à la période initiale ;
U est une fonction croissante de la richesse finale.

L-L-D supposent de plus que les revenus courants (Π_t) sont constants dans le temps durant toute la vie du projet. De façon explicite, $\Pi_t = rx$ où r est le profit par unité vendue et x représente les ventes. Si maintenant nous supposons que le coût du capital est de 8%, nous pouvons réécrire la somme des revenus courants actualisés

$$\sum_{t=1}^{15} \frac{\Pi_t}{(1+r)^t} = 8{,}56\,rx,$$

et réécrire l'équation (1) sous une forme plus simple :

$$EU(W_F) = EU(W_o + 8{,}56rx - I_o). \tag{2}$$

Comme nous l'avons mentionné plus haut, à la période 0 ou au moment de prendre sa décision d'investissement, l'entreprise ne connaît pas la valeur de x. De plus, elle peut influencer la distribution de x par son choix d'investissement ou de production. Soit a la variable de choix de production et soit v une variable aléatoire représentant le marché. Les ventes durant les quinze années du projet seront égales à a si le marché $v \geqslant a$ et seront égales à v autrement. En d'autres termes, si l'entreprise choisit de produire a unités, elle pourra vendre toutes ces unités si le marché qu'elle observera un an après sa décision est supérieur ou égal à a ; elle ne pourra vendre que v unités si le marché est inférieur au niveau d'output choisi.

Formellement nous pouvons définir $x \equiv \min(a, v)$, exprimer I_o en fonction de la variable de décision a, et réécrire l'équation (2) de la façon suivante :

$$EU(W_F) = \int_{v_1}^{a} U(W_o + 8{,}56\,rv - I_o(a))\, f(v)\, dv + \int_{a}^{v_2} U(W_o + 8{,}56\,ra - I_o(a)) f(v)\, dv \tag{3}$$

avec (v_1, v_2) désignant l'intervalle de v et $f(v)$ sa fonction de densité.

L'équation (3) correspond à un problème très particulier de choix de niveau de production en incertitude. Il existe très peu d'articles dans la littérature qui présentent ce type de problème. À notre connaissance il n'en existe que deux. Il s'agit des contributions de Mills (1959) et de Hymans (1966).

1.B) *Le modèle Mills — Hymans*

Le problème considéré par ces deux auteurs est similaire à celui présenté dans la section précédente. Une entreprise doit choisir son niveau d'output a sans connaître la quantité v qui sera demandée sur le marché. v est une variable aléatoire continue ayant une fonction de densité $f(v)$. L'entreprise est en concurrence et son prix de vente r est une constante connue. Le coût de production I est une fonction croissante de l'output a. L'espérance mathématique de l'utilité des profits est donc égale à :

$$EU(\Pi) = \int_0^a U(rv - I(a))\, f(v)\, dv + \int_a^\infty U(ra - I(a))\, f(v)\, dv \tag{4}$$

Une première différence concerne l'horizon temporel. Mills – Hymans proposent un modèle de production sur une période et non pas un modèle d'investissement sur plusieurs périodes. Par contre, les hypothèses utilisées dans le modèle précédent font en sorte que sa structure d'analyse est identique à celle d'un modèle à une période : le facteur d'actualisation est une constante qui n'affecte pas l'analyse et les revenus courants sont constants. Une autre différence concerne l'absence de richesse initiale, une absence qui n'est pas conséquente ici mais qui peut l'être dans d'autres circonstances (Briys et Eeckhoudt 1985 ; Katz, 1985) où l'aversion relative et l'aversion partielle au risque sont utiles pour fin d'analyse.

Par contre, le problème de Mills – Hymans est très différent de ceux plus connus dans la littérature (Sandmo 1971 ; Baron, 1970). En effet, dans ces modèles, c'est généralement le prix de vente qui est aléatoire et la décision d'output de la firme n'affecte pas la probabilité que le niveau des ventes observé soit inférieur au niveau de production choisi puisque, par définition, la production est toujours égale aux ventes.

Si maintenant nous voulons calculer l'output optimal de l'entreprise, celui-ci est la solution du problème qui consiste à maximiser (4) en fonction de a. Il est obtenu lorsque $\partial EU / \partial a = 0$ ou encore lorsque

$$\frac{r - I'(a)}{r} = \frac{\int_0^a U'(rv - I(a))\, f(v)\, dv}{EU'(rx - I(a))} \tag{5}$$

avec $x \equiv \min(a, v)$ et $I'(a) \equiv \dfrac{\partial I}{\partial a}$. Les hypothèses du modèle sont suffisantes pour que la condition de deuxième ordre soit vérifiée. Pour fin d'analyse, nous pouvons réécrire le côté droit de l'équation précédente et obtenir :

$$\frac{r - I'(a)}{r} = \left[1 + \frac{U'(ra - I(a)) \int_a^\infty f(v)\, dv}{\int_0^a U'(rv - I(a))\, f(v)\, dv} \right]^{-1} \tag{6}$$

Si $U'(.)$ est une constante, le côté droit est réduit à

$$A \equiv \int_0^a f(v)\, dv$$

et la condition de premier ordre peut être réécrite comme étant égale à

$$r - r \int_0^a f(v)\, dv = I'(a) \tag{7}$$

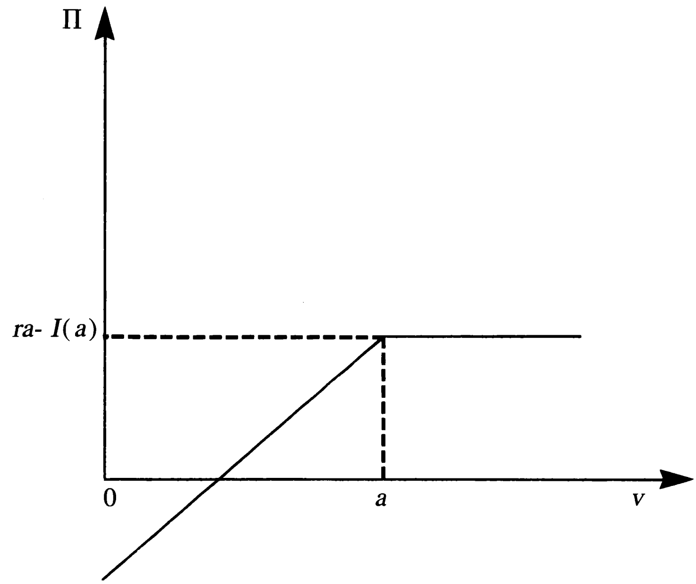
ou de façon équivalente

$$r - r\, P(v < a) = I'(a)$$

avec $P(v<a)$ désignant la probabilité que le niveau de vente observé soit inférieur à l'output choisi.

En certitude $P(v<a) = 0$ et la solution optimale (a^*) est donnée lorsque le prix est égal au coût marginal. L'introduction de l'incertitude dans ce modèle affecte le revenu marginal de l'entreprise neutre au risque. En effet, le revenu marginal n'est plus une constante mais une fonction décroissante de a ce qui implique que le niveau optimal de production en incertitude, pour une entreprise neutre au risque $(\hat{a})$, est inférieur à a^* si le coût marginal est croissant. Il n'est plus indéterminé lorsque le coût marginal est constant et est fini lorsque le coût marginal est décroissant. La figure 1 illustre bien pourquoi l'entreprise neutre au risque produit moins en incertitude qu'en certitude. Elle montre que le profit de la firme est une fonction concave de v.

FIGURE 1



Si maintenant nous voulons comparer le niveau d'output d'une entreprise riscophobe à celui d'une entreprise neutre au risque, nous pouvons, en utilisant le fait que U' est une fonction continue, réécrire le dénominateur de (6) comme suit :

$$\int_0^a U'(rv - I(a)) f(v)\, dv = U'(\theta r - I(a)) \int_0^a f(v)\, dv \tag{8}$$

avec $0 \leq \theta \leq a$. Cela implique que $\theta r - I(a) \leq ar - I(a)$ et, par la concavité stricte de U, nous pouvons vérifier que le côté droit de (6) est maintenant supérieur à A et obtenir que l'output optimal de l'entreprise riscophobe $(\tilde{a})$ est inférieur à $\hat{a}$; c'est un résultat tout à fait intuitif qui a souvent été vérifié par d'autres auteurs dans des contextes différents.

Revenons à l'équation (7) et essayons d'imaginer quel serait l'effet sur l'output optimal d'une entreprise neutre au risque de passer d'une loi de distribution uniforme à une loi de distribution normale, les deux ayant la même espérance mathématique des ventes anticipées. Le résultat est ambigu et dépend du niveau d'output. En effet, pour tout niveau d'output inférieur à la moyenne des ventes anticipées, la probabilité que le niveau de vente observé soit inférieur à l'output choisi est supérieure pour une loi uniforme. Elle est inférieure pour tout niveau d'output supérieur à la moyenne et les deux sont identiques lorsque le niveau d'output est égal à la moyenne. Ce qui nous permet de conclure, pour une entreprise neutre au risque, que celle-ci choisira un niveau d'output inférieur (supérieur) sous une loi uniforme que sous une loi normale, si l'output choisi sous la loi normale est inférieur (supérieur) à l'espérance mathématique des ventes anticipées. Ce résultat n'est pas du tout relié aux mesures de variation de risque généralement discutées dans la littérature (Rothschild et Stiglitz (1970)) puisque, par hypothèse, l'entreprise est neutre au risque. Encore une fois il est relié à la nature du problème étudié.

L'analyse des effets d'un changement de loi de distribution n'est pas aussi simple que celle présentée plus haut pour les entreprises riscophobes car le passage d'une loi uniforme à une loi normale peut être également interprété comme un changement de risque même si la plupart des auteurs qui s'intéressent à ces problèmes se limitent à des changements de paramètres pour une même loi de distribution. Il est maintenant bien connu qu'une augmentation de risque réduit le bien être d'un agent riscophobe (Rothschild et Stiglitz, 1970). Par contre, il n'est pas possible de prédire la variation d'output optimal d'un agent riscophobe sans être obligé d'utiliser des hypothèses restrictives sur les fonctions d'utilité ou sur les lois de distribution (Meyer et Ormiston 1984 ; Eeckhoudt et Hansen 1983, 1984 ; Dionne et Eeckhoudt, 1988). Intuitivement, le passage d'une loi uniforme à une loi normale devrait représenter une réduction de risque pour un agent riscophobe mais il est difficile de prédire, sans une analyse plus détaillée du problème (qui ne sera pas présentée ici) si cette réduction de risque renforcera ou diminuera l'effet (présenté plus haut pour une entreprise neutre au risque) associé à la variation de la probabilité que le niveau de vente observé soit inférieur à l'output[1]. Étant donné la nature pédagogique de l'article, nous nous limiterons à présenter et à interpréter les résultats de simulation obtenus tout en ayant à l'esprit que les résultats d'une entreprise riscophobe ne seront pas nécessairement les mêmes que ceux d'une entreprise neutre au risque étant donné que la première subit deux effets (non nécessairement cumulatifs) suite à un changement de loi de distribution alors que la dernière ne subit qu'un seul effet.

1. Afin de mieux visualiser la difficulté, le lecteur peut réécrire le côté droit de l'équation (6) en utilisant la transformation (8) suggérée dans le texte. Le changement de distribution entraîne un effet ambigu au dénominateur.

2) INVESTIGATION NUMÉRIQUE DU PROBLÈME

2.A) *Définition de l'attitude au risque de la firme*

Nous devons maintenant spécifier la forme de la fonction d'utilité retenue pour fins d'analyse numérique. La fonction d'utilité adoptée est la suivante[2]:

$$U(W_F) = 1 - e^{-Y_1(W_o + \pi)} + Y_2(W_o + \pi)$$

Une firme sera riscophobe si $Y_1 > 0$ et $Y_2 > 0$. Elle sera neutre au risque si $Y_1 = 0$ et $Y_2 > 0$. Nous utiliserons $Y_1 = 0{,}001$ pour la firme riscophobe et $Y_2 = 0{,}005$. Ce choix résulte des rares études empiriques connues. Friedman (1974) a estimé un $Y_1 = 0{,}0025$ pour des demandeurs d'assurance et Keeler, Newhouse et Phelps (1977) ont trouvé un $Y_1 = 0{,}0005$ dans un contexte de demande de soins médicaux. Nous avons donc décidé de fixer Y_1 comme le fait Venezia (1984). Nous aurions pu poser $Y_1 = 0{,}001$ et $Y_2 = 0$ pour une firme riscophobe et $Y_1 = 0$ et $Y_2 = 1$ pour une firme neutre au risque. Cette façon de procéder ne vaut que si $W_o = 0$ car toute simulation numérique avec une richesse initiale non nulle dans la fonction d'utilité conduit à une non-convergence de $EU(\cdot)$ à un maximum. Il est préférable de garder $W_o \neq 0$ dans $EU(\cdot)$ pour être cohérent avec la partie théorique du travail. De plus, le fait d'inclure une richesse initiale dans la fonction d'utilité nous amène à choisir un Y_2 plus élevé que Y_1 en terme de grandeur pour pouvoir obtenir un maximum dans le domaine de variation des ventes.

Le but d'adopter une telle fonction est de travailler avec une fonction d'utilité assez générale pour pouvoir englober les cas des firmes riscophobe et neutre au risque. De plus, nous pouvons simuler différents degrés d'aversion au risque de la firme. Bien entendu, la fonction d'utilité est spécifiée de façon telle que $U'(W_F) > 0$ et $U''(W_F) \leqslant 0$. Nous pouvons également démontrer que l'indice d'aversion absolu pour le risque est décroissant par rapport à la richesse. Finalement, l'aversion au risque augmente avec Y_1 pour les niveaux de paramètres et de richesses du problème.

En effet,

$$\frac{-U''}{U'} = \frac{Y_1}{1 + Y_2 Y_1^{-1} e^{Y_1 W_F}} \quad \text{et} \quad \frac{d}{dY_1}\left[\frac{-U''}{U'}\right] = 1 + \frac{Y_2}{Y_1} e^{Y_1 W_F} \left[2 - Y_1 W_F\right]$$

ce qui est positif pour $W_F \leqslant 2{,}000$.

Quel est le critère de décision utilisé ? L'entreprise maximise $E[U(W_F)]$ mais le projet ne sera accepté que si l'espérance d'utilité évaluée au niveau de production optimal choisi est supérieure à celle sans projet. Ce qui revient à vérifier que $E(\pi) > 0$ pour l'entreprise neutre au risque. Pour l'entreprise riscophobe $E(\pi) > 0$ est une condition nécessaire mais non suffisante. Sans projet, le niveau d'espérance d'utilité de la firme riscophobe est égal à $U(W_o)$.

2. Powell et Winston (1983) utilisent une fonction d'utilité similaire.

2.B) *Énoncé détaillé du problème de Lévy-Lambert et Dupuy*

Dans le but d'aborder la partie numérique de l'article, reprenons les principales données du problème ainsi que les questions posées. Une société se propose de construire une usine destinée à fabriquer un nouveau produit dont le marché v (les ventes), supposé constant pendant 15 ans et nul par la suite, a une valeur a priori inconnue comprise entre $v_1 = 50$ et $v_2 = 300$ tonnes (t) par an avec une fonction de densité quelconque.

Le coût de construction d'une usine permettant de produire a tonnes par an est $I = \$\ 30{,}000a^{2/3}$. La différence ($r$) entre le coût de production et le prix (supposés indépendants du temps et de la taille de l'usine) sera égale à \$ 940/tonne. Répétons que r représente la marge de profit par unité. Le taux d'actualisation i est de 8%. La technologie (c'est-à-dire l'investissement initial) et le taux d'actualisation sont connus de façon certaine au moment de la prise de décision, c'est-à-dire au début de la période zéro.

Ces informations devraient nous permettre de répondre aux questions ci-dessous :

Question 1 :

Quelle sera la production et par conséquent l'investissement optimal de l'usine, l'espérance d'utilité associée, l'espérance de profit actualisée et la probabilité de ruine de l'usine? La probabilité de ruine est définie comme étant la probabilité que l'usine génère des profits négatifs. La durée de construction de l'usine est d'un an et celle-ci génère des revenus dès la fin de la première année d'exploitation.

Question 2 :

Le marché étant supposément parfaitement connu au bout d'un an d'exploitation, y aurait-il intérêt, selon la taille de l'usine obtenue à la question 1, de construire une deuxième usine?

Question 3 :

Quelle sera la solution de la question 1 si nous envisageons lors de la construction de la première usine (si construction il y a) la possibilité de construire une deuxième usine après un an d'exploitation de la première? Cette solution est-elle plus avantageuse?

Question 4 :

La firme a également la possibilité d'obtenir une étude de marché au coût de 60 000 \$ lui permettant de savoir dans laquelle des deux tranches de marché elle se situerait avec certitude ; $v_1 = 50$, $v_2 = 175$ tonnes/an ou $v_1 = 175$ et $v_2 = 300$ tonnes/an. Cette étude est-elle rentable? Notons que cette étude de marché est commandée avant de prendre la décision de construire la première usine.

Question 5 :

Comment les questions 1 à 4 sont-elles affectées en supposant que les gestionnaires de la firme imposent une probabilité de ruine de 20% au maximum (au stade final de la décision dans le cas de la question 4)?

2.C) *Analyse numérique*

2.C.1) *Firme riscophobe et loi de densité uniforme sur les quantités.*

Avec une loi uniforme, la fonction de densité $f(v)$ et la fonction de répartition $F(v)$ s'écrivent comme suit :

$$f(v) \begin{cases} = \dfrac{1}{v_2 - v_1} & \text{si } v_1 \leqslant v \leqslant v_2 \\ = 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

$$F(v) \begin{cases} = \dfrac{v - v_1}{v_2 - v_1} & \text{si } v_1 \leqslant v < v_2 \\ = 0 & \text{si } v < v_1 \\ = 1 & \text{si } v \geqslant v_2 \end{cases}$$

Nous pouvons maintenant aborder l'analyse avec la première question.

Question 1 :

Quel sera l'investissement optimal pour la construction d'une usine en considérant les données du problème déjà énoncées? Ce projet d'investissement est-il rentable? Et quelle est la probabilité de ruine?

La taille optimale de l'investissement est la quantité qui maximise (3) ou, de façon plus explicite, celle qui maximise :

$$EU(W_{F1}) = \int_{v_1}^{a} \left[1 - e^{-Y_1(W_o + \Pi_v)} + Y_2(W_o + \Pi_v) \right] f(v)\,dv$$
$$+ \int_{a}^{v_2} \left[1 - e^{-Y_1(W_o + \Pi_a)} + Y_2(W_o + \Pi_a) \right] f(v)\,dv \quad (9)$$

où :

$\Pi_v = 8{,}56rv - 30a^{2/3}$
$\Pi_a = 8{,}56ra - 30a^{2/3}$
$8{,}56 =$ au facteur d'actualisation
$U(W_o) = 0{,}30$ et $W_o = 50$

La solution[3] est $a = 186$ t/an, $I_o = \$\ 978$, $E(\Pi_1) = \$\ 221{,}45$ et $E\left[U(W_{F1})\right] = 1{,}54$

3. Pour simplifier la présentation des calculs, nous travaillerons en milliers de dollars de sorte que $r = 0{,}94$ et $I_o = 30\ a^{2/3}$. Les calculs sont effectués sur ordinateur et sont précis à quatorze décimales près.

où $E(\Pi_1) = 8{,}56r \int_{v_1}^{a} vf(v) + 8{,}56ra \int_{a}^{v_2} f(v)\,dv - 30a^{2/3}$ (10)

Il est donc rentable de construire une usine pour des gestionnaires riscophobes étant donné que $E[U(W_{F1})] - U(W_o) > 0$. La probabilité de ruine, associée à cette solution est la probabilité que $\Pi_1 < 0$, ce qui revient à calculer que

$$P(v < I_o / 8{,}56r) = 28{,}59\%.$$

Question 2 :

Le marché étant parfaitement connu au bout d'un an, y a-t-il intérêt à construire une deuxième usine? Si oui, quelle est la probabilité de construire cette usine? Cette question n'est valable que si le marché effectif $v > a$. Auquel cas, nous construirons une usine de taille $v - a$. Les délais de construction d'une usine étant de 1 an, nous aurons

$$\Pi_2 = r(v-a) \sum_{t=3}^{15} \frac{1}{(1+i)^t} - \frac{30(v-a)^{2/3}}{(1+i)^2}$$

On construira l'usine si son revenu est positif, c'est-à-dire si $\Pi_2 = 6{,}78r(v-a) - 30(0{,}86)(v-a)^{2/3} > 0$ d'où $v-a > 66$ t/an et où 6,78 et 0,86 sont des facteurs d'actualisation. L'espérance mathématique a priori des profits de la deuxième usine $(E(\Pi_2))$ si la taille du marché $(v-a)$ est supérieure à 66 est 10,91 et $E[U(W_{F2})] = 0{,}12$. Les valeurs de $E(\Pi_2)$ et de $E[U(W_{F2})]$ sont données par (11) et (12) respectivement :

$$E(\Pi_2) = \int_{a+66}^{v_2} 6{,}78r(v-a)f(v)\,dv - 30(0{,}86)\int_{a+66}^{v_2} (v-a)^{2/3} f(v)\,dv \quad (11)$$

$$EU(W_{F2}) = \int_{a+66}^{v_2} \Big[1 - e^{-Y_1(W_o + 6{,}78r(v-a) - 30(0{,}86)(v-a)^{2/3})} + Y_2(W_o + 6{,}78r(v-a) - 30(0{,}86)(v-a)^{2/3} \Big] f(v)\,dv \quad (12)$$

Le marché devra être d'au moins 252 t/an ce qui implique que la probabilité de construire l'usine est $P(v > 252 \text{ t/an}) = 19{,}06\%$.

Il est à noter ici que nous n'avons utilisé que la contrainte de profit non nul pour calculer cette probabilité. La méthode de calcul n'est pas fonction de degré d'aversion au risque. Par contre, la valeur de la probabilité est fonction du degré de riscophobie étant donné qu'elle est calculée en utilisant la taille optimale obtenue à la question précédente.

Question 3 :

Quelle sera la solution de la question 1 si nous envisageons, lors de la construction de la première usine, la possibilité de construire une deuxième usine après un an d'exploitation de la première? Cette solution est-elle plus avantageuse? En procédant de façon identique à la question (1), cela revient à :

$$\max_a E[U(W_{FT})] = \max_a \left(E[U(W_{F1})] + E[U(W_{F2})]\right) \quad (13)$$

où $E[U(W_{F1})]$ est défini par (9) et $E[U(W_{F2})]$ par (12)

Ce qui nous donne $a = 135$ t/an et $I_o = \$ 789$. En substituant ces valeurs dans (10) et en utilisant (11) nous obtenons :

$$E(\Pi_1) = \$ 180{,}51,\ E(\Pi_2) = \$ 50{,}89 \text{ et } E(\Pi_T) = \$ 231{,}40.$$

Par (13), $EU(W_{FT}) = 1{,}76$

La probabilité de ruine associée est de 19,25%. Le fait de considérer la possibilité de construire une deuxième usine après un an d'exploitation de la première est bénéfique sur $EU(W_{FT})$ et sur la probabilité de ruine : $1{,}76 > 1{,}66$ et $19{,}25\% < 28{,}59\%$.

Question 4 :

Est-il rentable pour une firme riscophobe de commander une étude de marché coûtant \$ 60,000 et lui donnant de l'information à savoir si elle se situera dans le marché 50-175 ou 175-300 ? Les probabilités a priori associées à ces domaines sont de 50%.

Cas (50-175)

En procédant de façon analogue à la question 1 et en maximisant (9) mais avec les valeurs $v'_1 = 50$ et $v'_2 = 175$, nous obtenons $a = 109$ t/an et $I_o = \$ 685$. $E(\Pi_1)$ et $E(\Pi_2)$ seront respectivement \$ 80,47 et \$ 0 car il n'est pas rentable de construire une deuxième usine (la condition $v - a > 66$ t/an n'est plus respectée). Par conséquent, l'espérance mathématique des profits totaux de l'intervalle considéré ($E(\Pi_I)$) est égale à \$ 80,47 (équation 10).

Pour calculer la probabilité de ruine de l'usine 1, il faut tenir compte du coût de l'étude de marché. À ce moment, la probabilité de ruine conditionnelle au marché 50-175 sera

$$P_I(v < (I_o + 60)/8{,}56r) = 34{,}03\%$$

Cas (175-300)

Dans la partie de marché (175-300), on aura une taille optimale de la première usine de 250 t/an et un $I_o = \$ 1191$. Une fois de plus, nous n'envisageons pas la possibilité de construire une deuxième usine étant donné que la condition $v - a > 66$ t/an ne sera pas respectée pour $a = 250$. La probabilité de ruine (P_{II}) conditionnelle associée est de 0% et $E(\Pi_{II}) = \$ 640$ (équation 10).

L'étude de marché augmente à la fois l'espérance totale des profits actualisés et l'espérance d'utilité de la richesse finale et réduit la probabilité de ruine. Le coût de l'étude de marché étant de 60, nous avons :

$$E(\Pi_T) = -60 + 1/2\ E(\Pi_I) + 1/2\ E(\Pi_{II}) = 300{,}23 > 231{,}40$$
$$E[U(W_{FT})] = 1/2\,E[U(W_I - 60)] + ½\,E[U(W_{II} - 60)] = 2{,}01 > 1{,}76$$
$$P = 1/2\ P_I + 1/2 P_{II} = 17{,}01\% < 19{,}25\% \qquad (14)$$

Question 5 :

Comment vont être influencées les réponses des questions 1 à 4 si nous ajoutons qu'une probabilité de ruine maximale de 20% est imposée aux gestionnaires de la firme au stade final? Par stade final, nous entendons que la probabilité de ruine considérée à la question 4 est la probabilité de ruine calculée après l'étude de marché. Nous y reviendrons ultérieurement.

Pour les questions 1, 2 et 3, une probabilité de ruine de 20% revient à imposer que $P(v < I_0/8{,}56\ r) = 0{,}20$ d'où I_o = \$ 806 et a = 139 t/an. Il est clair que cette contraine n'affecte pas le comportement de la firme riscophobe car elle a choisi une probabilité de ruine de 19,25% à la question 3 et que cette solution domine celle des questions 1 et 2.

En ce qui concerne la question 4, la contrainte sur la probabilité de ruine n'étant imposée qu'au stade final du processus de décision, cela revient à dire qu'il faut considérer la question *après* l'étude de marché. Encore une fois, la probabilité de ruine ne joue pas. En effet, l'étude de marché réduit la probabilité de ruine à 17,01% selon (14). Ce qui est inférieur à 20%.

2.C.2) *Autres cas*

Nous ne reprendrons pas les calculs en détail ici. Ils sont résumés dans les tableaux 1 à 6 à la fin de l'article. Le tableau 1, par exemple, comprend les résultats des questions 1 à 2 inclusivement ; 186 est la taille de la première usine sans envisager la possibilité d'en construire une deuxième pour une entreprise riscophobe ($Y_1 = 0{,}001$) et une loi de distribution uniforme. Commençons par une comparaison des résultats des firmes riscophobe et neutre au risque lorsque la loi de densité des quantités est uniforme.

a) *Firmes riscophobe et neutre au risque avec loi de distribution uniforme des quantités.*

Dans la section 1 nous avons montré que l'introduction du risque dans ce type de modèle affectait les choix optimaux des entreprises neutres au risque. Si nous revenons à la fonction de coût marginal du problème, il est immédiat de constater que celle-ci est toujours décroissante ce qui implique qu'une entreprise, certaine de vendre toute sa production, aurait produit le maximum de 300 unités ou toute autre quantité qui lui aurait été indiquée avant de prendre une décision.

Retenons le cas de 300 unités pour fins de comparaison. Si, maintenant, nous indiquons à une entreprise neutre au risque que la distribution des ventes est uniforme dans l'intervalle (50,300), elle choisira 192 unités à la question 1 et sa probabilité de ruine sera de 29,63%. Ces deux nombres sont supérieurs à ceux obtenus précédemment pour l'entreprise riscophobe. D'une part, comme prédit par le modèle théorique, l'aversion au risque donne plus de poids à la probabilité que le niveau des ventes soit inférieur à la production choisi et réduit l'output optimal. D'autre part, ce premier choix de production plus faible par l'entreprise riscophobe diminue la probabilité de réaliser des profits négatifs. Une conséquence immédiate est une plus grande probabilité de construire une deuxième usine lorsque le niveau des ventes sera connu. Des résultats similaires sont obtenus dans les tableaux 2 et 3, mais nous remarquons que l'étude de marché a réduit les écarts des probabilités de ruine ; c'est-à-dire que l'étude de marché est plus bénéfique à la firme neutre au risque si nous utilisons ce critère pour mesurer l'impact de l'étude de marché. Encore une fois, la contrainte de 20% après étude de marché n'affecte pas le comportement de la firme neutre au risque car la probabilité choisie est de 17,22%.

b) *Firmes riscophobe et neutre au risque avec loi de distribution normale des quantités.*

Avec le cas d'une loi normale, la fonction de densité $f(v)$ et la fonction répartition $F(v)$ deviennent :

$$f(v) \begin{cases} = \dfrac{1}{\sqrt{2(3,1416)\sigma^2}} \bullet e^{-1/2\left[\frac{v-\mu}{\sigma}\right]^2} & \text{si } v_1 \leqslant v \leqslant v_2 \\ = 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

$$F(v) \begin{cases} = \displaystyle\int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{\sqrt{2(3,1416)\sigma^2}} \bullet e^{-1/2\left[\frac{v-\mu}{\sigma}\right]^2} dv & \text{si } v_1 \leqslant v < v_2 \\ = 0 & \text{si } v < v_1 \\ = 1 & \text{si } v \geqslant v_2 \end{cases}$$

Notons que nous utilisons une distribution tronquée puisque $v_1 = 50$ et $v_2 = 300$.

Le choix de la loi de distribution normale est arbitraire. Dans chacune des étapes d'analyse, nous avons pris soin de toujours vérifier que les deux distributions avaient la même espérance mathématique ce qui implique que les deux fonctions de répartition se coupent toujours au point de l'espérance mathématique. L'espérance mathématique est 175 pour l'intervalle (50,300), 112,5 pour l'intervalle (50,175) et 237,5 pour l'intervalle (175,300). La probabilité que le niveau des ventes observé soit supérieur (inférieur) à l'output choisi est donc plus grande (plus petite) sous la loi normale lorsque le niveau d'output choisi est supérieur (inférieur) à l'espérance mathématique des ventes. La figure 2 illustre le cas de l'intervalle (50,300).

Il est intéressant de remarquer également que les deux fonctions de répartition ne se coupent qu'une seule fois et que la surface sous la fonction de répartition de la loi normale est toujours inférieure à celle de la loi uniforme pour tout $v < 300$. Ces deux conditions réunies devraient impliquer que le risque est moins grand sous la loi normale pour l'entreprise riscophobe. Le tableau 1 indique que la taille de la première usine sans envisager la possibilité d'en construire une deuxième est maintenant 189 t/an lorsque nous avons une loi normale et une firme risconeutre. Cette diminution est conforme à celle prédite par le modèle théorique puisque la probabilité que le niveau de vente observé soit inférieur à la production est plus forte sous la loi normale lorsque l'output choisi est supérieur à l'espérance mathématique des ventes. À ce moment, la probabilité de construire une deuxième usine après un an d'exploitation de la première sera de 26,11% comparativement à 16,66% pour une firme risconeutre avec loi uniforme. La probabilité de ruine associée est de 33,72% comparativement à 29,63% ce qui est conforme à l'écart des probabilités d'avoir un niveau de vente inférieur à la production. Il est intéressant de remarquer que les résultats sont essentiellement les mêmes pour l'entreprise riscophobe. L'effet de la variation de risque associé au passage d'une loi uniforme à une loi normale ne semble pas important ici.

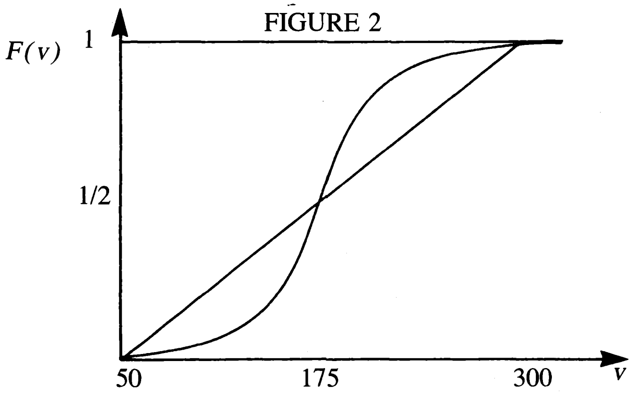
On remarque que la production augmente sous la loi normale dans les tableaux 2 et 3 parce que les niveaux d'output choisis sont inférieurs aux espérances mathématiques des ventes respectives. Si nous envisageons la possibilité de construire une deuxième usine qui entrerait en exploitation après que la première usine eut fonctionné un an, alors le tableau 2 nous indique qu'il faudra que la première usine soit de capacité de 171 t/an (151) pour une firme risconeutre (riscophobe) avec la loi normale. À ce moment, la probabilité de construire la deuxième usine augmente à 30,85% (36,69%) et la probabilité de ruine diminue à 31,56% (29,12%) comparativement à 33,72% (33,36%).

Si la firme neutre au risque se pose la question de savoir si une étude de marché est rentable, le tableau 3 nous indique les tailles optimales de la première usine pour 50-175 et 175-300 sont de a = 111 t/an et a = 249 t/an avec les probabilités associées. Plus précisément, les probabilités de ruine conditionnelles sont de 38,21% et de 9,34% pour les cas 50-175 et 175-300 respectivement. À ce moment, la probabilité de ruine après l'étude de marché sera de 1/2 (38,21%) + 1/2 (9,34%) = 23,78% comparativement à 17,22% avec la loi uniforme.

En faisant référence une fois de plus à notre firme risconeutre, l'étude de marché s'avère rentable puisque −60 + 1/2 (61,83) + 1/2 (443,28) = 192,56 (tableau 3 et tableau 6) > 172,14 (tableau 2) > 170 (tableau 1).

Contrairement au cas où la distribution sur les quantités est uniforme, le cas avec la distribution normale sur les quantités est plus intéressant dans l'éventualité

FIGURE 2



où la firme envisage la possibilité d'entreprendre une étude de marché (questions 4 et 5). En effet, la contrainte de 20% sur la probabilité de ruine étant donnée, l'étude de marché est effective dans le cas de la loi normale. (Voir tableau 4 (suite) question 5). Les tableaux contiennent d'autres résultats dont l'analyse suit logiquement celle donnée jusqu'à maintenant.

2.D) *Remarques générales*

À ce stade, il est pertinent de rappeler quelques résultats du modèle théorique :

Proposition (1) L'existence d'un coût marginal (Cm) décroissant n'est pas contradictoire avec la notion d'équilibre concurrentiel (c'est-à-dire que la pente de la fonction de demande devient négative sous l'incertitude).

Dans notre exemple, le $Cm = 20\ a^{-1/3}$. Nous avons vérifié que l'incertitude sur la demande fait en sorte que la firme (neutre au risque ou riscophobe) ne produit pas une quantité illimitée.

Proposition (2) Les quantités produites par les firmes varient selon leur comportement au risque. Une firme riscophobe produit moins qu'une firme neutre au risque.

Les calculs confirment cette proposition et cet état de fait conduit à une probabilité de ruine plus basse pour la firme riscophobe que pour la firme neutre au risque.

Proposition (3) Pour une entreprise neutre au risque, le passage d'une loi uniforme à une loi normale réduit (augmente) la production selon que l'output optimal sous la loi uniforme est supérieur (inférieur) à l'espérance mathématique des ventes anticipées. Pour une entreprise riscophobe le résultat théorique comprend un effet supplémentaire associé à la variation du risque dont le signe n'est pas déterminé.

Pour toutes les questions envisagées, les résultats de variation d'output confirment la prédiction théorique pour l'entreprise neutre au risque. Les résultats pour l'entreprise riscophobe sont assez semblables à ceux de l'entreprise neutre au risque ce qui semble indiquer que l'effet de variation de risque est assez faible. Une analyse théorique plus élaborée de ce cas serait la bienvenue. Une autre caractéristique observée est que les variations de volume de production sont assez faibles lorsque nous passons d'une loi de distribution à une autre. Cependant, les variations en termes d'$E(\Pi)$ et de probabilité de ruine sont assez importantes. Le fait de passer d'une loi uniforme à une loi normale augmente les diverses probabilités de ruine et diminue l'espérance des profits actualisés à toutes les questions du problème et ce autant pour une firme riscophobe que pour une firme neutre au risque.

Une autre implication de passer d'une distribution uniforme à une distribution normale est que les valeurs des productions optimales (celles des espérances de profits actualisés et celles des probabilités de ruine) sont beaucoup plus près entre elles sous la loi normale lorsque nous comparons le comportement d'une firme riscophobe à celui d'une firme neutre au risque. Ainsi, les variations de $E(\Pi)$ d'une firme riscophobe à une firme neutre au risque sont maintenant très petites sous la loi normale. Les variations des probabilités et des quantités quoique plus grandes en pourcentage que celles de $E(\Pi)$, sont plus faibles sous la loi normale comparativement à la loi uniforme.

CONCLUSION

Le but de cet article était de procéder à des extensions au problème de Levy-Lambert et Dupuy sur la pertinence ou non de construire une usine pour un nouveau produit avec incertitude sur la demande. Le contexte d'analyse dans lequel se situait le problème de L-L-D était le suivant : concurrence parfaite sur le marché des biens et des facteurs, loi de densité uniforme des quantités et firme neutre au risque. Le critère de décision utilisé était celui de la valeur présente nette.

Une des extensions proposées consistait à introduire une firme riscophobe. Considérer le cas d'une firme riscophobe en incertitude revenait à supposer que certaines hypothèses nous permettant d'utiliser le critère de la VPN en incertitude n'étaient pas vérifiées. Toutefois, les modèles connus d'espérance mathématique de l'utilité de la firme qui ne connaît pas le prix de vente au moment de prendre une décision (Baron, 1970 ; Sandmo, 1971) ne convenaient pas au problème de L-L-D. Nous avons montré que le modèle de Mills-Hymans était plus adéquat comme point de référence théorique.

Les cas étudiés ont permis de vérifier que la firme riscophobe produit toujours moins que la firme neutre au risque mais que son espérance des profits actualisés n'est pas nécessairement inférieure. De plus, la firme riscophobe a une probabilité de ruine plus faible à l'équilibre. Le fait d'avoir considéré la loi normale à la place de la loi uniforme a eu deux effets sur le modèle. Premièrement, la variation de l'output, pour l'entreprise neutre au risque, est fonction du niveau d'output choisi avec la loi uniforme. Ce résultat a été expliqué par la variation de la probabilité que les ventes soient inférieures à l'output : celle-ci augmente, au passage de la loi uniforme à la loi normale, si le niveau d'output est supérieur à l'espérance mathématique des ventes anticipées et baisse autrement. Un résultat sensiblement similaire a été obtenu pour l'entreprise riscophobe, ce qui est quelque peu surprenant. Le deuxième effet a été de rendre la variation de la production, de l'espérance des profits actualisés ainsi que de la probabilité de ruine moins grande lorsque nous passons de la firme neutre au risque à la firme riscophobe avec la loi normale.

Plusieurs extensions peuvent être apportées à cette analyse. Premièrement, nous pourrions considérer un modèle qui permet à l'entreprise de produire un niveau d'output inférieur à celui correspondant à la taille optimale de l'usine lorsqu'elle connaît les ventes. Cette première modification permettrait la prise en compte des inventaires ce qui augmenterait la flexibilité de la firme produisant des biens non périssables. Une autre extension serait d'identifier les conditions théoriques qui expliqueraient plus en détail les variations d'output de l'entreprise riscophobe lorsque la distribution de ses ventes passe de la loi uniforme à la loi normale. Cette extension implique deux modifications aux modèles connus d'analyse de changement de risque. D'une part, elle concerne des modèles avec incertitude sur la taille du marché, mais plus important encore, elle oblige une réflexion sur l'élaboration d'une méthodologie différente de celle fréquemment utilisée et qui consiste à modifier les paramètres d'une même loi de distribution. Une troisième extension serait d'utiliser un modèle d'espérance d'utilité plus général afin de tenir compte des préférences des actionnaires et des prix des actions qui pourraient être sensibles aux informations reçues sur l'état du marché.

Pour conclure, le problème présenté par L-L-D et étendu dans cet article ne reflète probablement pas toute la réalité associée aux choix complexes des projets d'investissement mais cet article donne un bon point de référence ainsi qu'une méthodologie pratique pour les personnes qui voudront compléter ou appliquer cette approche.

TABLEAU 1

TAILLE OPTIMALE D'UNE USINE, QUESTIONS 1 ET 2[1]

Loi	a	I_o	$E(\Pi_1)$	$E(\Pi_2)$	$E(\Pi_T)$	$E[U(W_{F1})]$	$E[U(W_{F2})]$	$E[U(W_{FT})]$
Uniforme								
$Y_1 = 0$	192	998	221,97	8,23	230,23	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	186	978	221,45	10,91	232,36	1,54	0,12	1,66
Normale								
$Y_1 = 0$	189	988	164,86	5,14	170,00	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	185	974	164,65	6,20	170,85	1,13	0,07	1,20

W_o = \$ 50 000
$v - a > 66$ t/an pour qu'il y ait possibilité de construire une deuxième usine

	$Y_1 = 0$	$Y_1 = 0{,}001$
Loi uniforme		
probabilité de construire l'usine 2	= 16,66 %	= 19,06 %
probabilité de ruine	= 29,63 %	= 28,59 %
Loi normale		
probabilité de construire l'usine 2	= 26,11 %	= 27,09 %
probabilité de ruine	= 33,72 %	= 33,36 %

1. Les unités de mesure sont : en tonnes/an pour a, en milliers de \$ pour I_0, $E(\Pi_1)$ à $E(\Pi_T)$ et en unités brutes pour $EU(.)$.

TABLEAU 2

TAILLE OPTIMALE D'UNE USINE, QUESTION 3[1]

Loi	a	I_o	$E(\Pi_1)$	$E(\Pi_2)$	$E(\Pi_T)$	$E[U(W_{F1})]$	$E[U(W_{F2})]$	$E[U(W_{FT})]$
Uniforme								
$Y_1 = 0$	163	895	210,89	25,00	235,89	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	135	789	180,51	50,89	231,40	1,34	0,42	1,76
Normale								
$Y_1 = 0$	171	924	161,27	10,87	172,14	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	151	851	149,38	20,32	169,70	1,06	0,18	1,24

W_o = \$ 50 000
$v - a > 66$ t/an pour qu'il y ait possibilité de construire une deuxième usine

	$Y_1 = 0$	$Y_1 = 0{,}001$
Loi uniforme		
probabilité de construire l'usine 2	= 28,26 %	=39,46 %
probabilité de ruine	= 24,5 %	= 19,25 %
Loi normale		
probabilité de construire l'usine 2	= 30,85 %	= 36,69 %
probabilité de ruine	= 31,56 %	= 29,12 %

1. Les unités de mesure sont : a tonnes/an, I_o, $E(\Pi_1)$ à $E(\Pi_T)$ sont en milliers de dollars et $EU(.)$ est exprimée en unités brutes.

TABLEAU 3

TAILLE OPTIMALE D'UNE USINE, QUESTION 4[1]

$v_1 = 50$ $v_2 = 175$

Loi	a	I_o	$E(\Pi_1)$	$E(\Pi_2)$	$E(\Pi_T)$	$E[U(W_{F1})]$	$E[U(W_{F2})]$	$E[U(W_{FT})]$
Uniforme								
$Y_1 = 0$	110	689	80,5	—	80,5	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	109	685	80,47	—	80,47	0,41	—	0,41
Normale								
$Y_1 = 0$	111	693	61,83	—	61,83	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	110	689	61,83	—	61,83	0,32	—	0,32

$W_o = \$ 50\ 000$
$v - a > 66$ t/an pour qu'il y ait possibilité de construire une deuxième usine

	$Y_1 = 0$	$Y_1 = 0{,}001$
Loi uniforme		
probabilité de construire l'usine 2	= 0 %	= 0 %
probabilité de ruine conditionnelle	= 34,44 %	= 34,03 %
Loi normale		
probabilité de construire l'usine 2	= 0 %	= 0 %
probabilité de ruine conditionnelle	= 38,21 %	= 37,83 %

1. Les unités de mesure sont : en tonnes/an pour a, en milliers de \$ pour I_0, $E(\Pi_1)$ à $E(\Pi_T)$ et en unités brutes pour $EU(.)$.

TABLEAU 3 (suite)

TAILLE OPTIMALE D'UNE USINE, QUESTION 4[1]

$v_1 = 175$ $v_2 = 300$

Loi	a	I_o	$E(\Pi_1)$	$E(\Pi_2)$	$E(\Pi_T)$	$E[U(W_{F1})]$	$E[U(W_{F2})]$	$E[U(W_{FT})]$
Uniforme								
$Y_1 = 0$	251	1194	640,02	—	640,02	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	250	1191	640,00	—	640,00	3,61	—	3,61
Normale								
$Y_1 = 0$	249	1187	443,28	—	443,28	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	248	1184	443,27	—	443,27	2,50	—	2,50

$W_o = \$ 50\ 000$
$v - a > 66$ t/an pour qu'il y ait possibilité de construire une deuxième usine

	$Y_1 = 0$	$Y_1 = 0{,}001$
Loi uniforme		
probabilité de construire l'usine 2	= 0 %	= 0 %
probabilité de ruine conditionnelle	= 0 %	= 0 %
probabilité de ruine après étude de marché	= 17,22 %	= 17,01 %
Loi normale		
probabilité de construire l'usine 2	= 0 %	= 0 %
probabilité de ruine conditionnelle	= 9,34 %	= 9,18 %
probabilité de ruine après étude de marché	= 23,78 %	= 23,51 %

1. Les unités de mesure sont : en tonnes/an pour a, en milliers de \$ pour I_0, $E(\Pi_1)$ à $E(\Pi_T)$ et en unités brutes pour $EU(.)$.

TABLEAU 4

TAILLE OPTIMALE D'UNE USINE, QUESTION 5[1]
Probabilité de ruine après l'étude de marché limitée à 20 %
Question 1 et 2

Loi	a	I_o	$E(\Pi_1)$	$E(\Pi_2)$	$E(\Pi_T)$	$E[U(W_{F1})]$	$E[U(W_{F2})]$	$E[U(W_{FT})]$
Uniforme								
$Y_1 = 0$	139	806	186	46,58	232,58	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	135	789	180,51	50,89	231,40	1,34	0,42	1,76
Normale								
$Y_1 = 0$	81	562	53,44	83,60	137,04	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	81	562	53,44	83,60	137,04	0,52	0,62	1,14

W_o = \$ 50 000
$v - a > 66$ t/an pour qu'il y ait possibilité de construire une deuxième usine

Loi uniforme	$Y_1 = 0$	$Y_1 = 0{,}001$
probabilité de construire l'usine 2	= 37,86 %	= 39,60 %
probabilité de ruine	= 20 %	= 19,25 %
Loi normale		
probabilité de construire l'usine 2	= 58,73 %	= 58,73 %
probabilité de ruine	= 20 %	= 20 %

1. Les unités de mesure sont : en tonnes/an pour a, en milliers de \$ pour I_0, $E(\Pi_1)$ à $E(\Pi_T)$ et en unités brutes pour $EU(.)$.

TABLEAU 4 (suite)

TAILLE OPTIMALE D'UNE USINE, QUESTION 5[1]
Probabilité de ruine après l'étude de marché limitée à 20 %
Question 4
$v_1 = 50$ $v_2 = 175$

Loi	a	I_o	$E(\Pi_1)$	$E(\Pi_2)$	$E(\Pi_T)$	$E[U(W_{F1})]$	$E[U(W_{F2})]$	$E[U(W_{FT})]$
Uniforme								
$Y_1 = 0$	110	689	80,5	—	80,5	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	109	685	80,47	—	80,47	0,41	—	0,41
Normale								
$Y_1 = 0$	87	589	50,41	2,29	52,70	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	87	589	50,41	2,29	52,70	0,26	0,01	0,27

W_o = \$ 50 000
$v - a > 66$ t/an pour qu'il y ait possibilité de construire une deuxième usine

Loi uniforme	$Y_1 = 0$	$Y_1 = 0{,}001$
probabilité de construire l'usine 2	= 0 %	= 0 %
probabilité de ruine conditionnelle	= 34,44 %	= 34,03 %
Loi normale		
probabilité de construire l'usine 2	= 25,78 %	= 25,78 %
probabilité de ruine conditionnelle	= 30,50 %	= 30,50 %

1. Les unités de mesure sont : en tonnes/an pour a, en milliers de \$ pour I_0, $E(\Pi_1)$ à $E(\Pi_T)$ et en unités brutes pour $EU(.)$.

TABLEAU 4 (suite)

TAILLE OPTIMALE D'UNE USINE, QUESTION 5[1]
Probabilité de ruine après l'étude de marché limitée à 20 %
Question 4
$v_1 = 175$ $v_2 = 300$

Loi	a	I_o	$E(\Pi_1)$	$E(\Pi_2)$	$E(\Pi_T)$	$E[U(W_{F1})]$	$E[U(W_{F2})]$	$E[U(W_{FT})]$
Uniforme								
$Y_1 = 0$	251	1194	640,02	—	640,02	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	250	1191	640,00	—	640,00	3,61	—	3,61
Normale								
$Y_1 = 0$	249	1187	443,28	—	443,28	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	248	1184	443,27	—	443,27	2,50	—	2,50

W_o = \$ 50 000
$v - a > 66$ t/an pour qu'il y ait possibilité de construire une deuxième usine

	$Y_1 = 0$	$Y_1 = 0{,}001$	
Loi uniforme			
probabilité de construire l'usine 2	= 0 %	= 0 %	
probabilité de ruine conditionnelle	= 0 %	= 0 %	
probabilité de ruine après étude de marché	= 17,22 %	= 17,02 %	conditions déjà respectées
Loi normale			
probabilité de construire l'usine 2	= 0 %	= 0 %	
probabilité de ruine conditionnelle	= 9,34 %	= 9,18 %	
probabilité de ruine après étude de marché	= 20 %	= 20 %	

1. Les unités de mesure sont : en tonnes/an pour a, en milliers de \$ pour I_0, $E(\Pi_1)$ à $E(\Pi_T)$ et en unités brutes pour $EU(.)$.

TABLEAU 5

TAILLE OPTIMALE D'UNE USINE, QUESTION 5[1]
Probabilité de ruine conditionnelle limitée à 20 %
Question 4
$v_1 = 50$ $v_2 = 175$

Loi	a	I_o	$E(\Pi_1)$	$E(\Pi_2)$	$E(\Pi_T)$	$E[U(W_{F1})]$	$E[U(W_{F2})]$	$E[U(W_{FT}])$
Uniforme								
$Y_1 = 0$	77	543	53,13	9,30	62,43	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	77	543	53,13	9,30	62,43	0,26	0,04	0,30
Normale								
$Y_1 = 0$	53	422	2,02	18,50	20,52	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	53	422	2,02	18,50	20,52	−0,03	0,09	0,06

W_o = \$ 50 000
$v - a > 66$ t/an pour qu'il y ait possibilité de construire une deuxième usine

	$Y_1 = 0$	$Y_1 = 0{,}001$
Loi uniforme		
probabilité de construire l'usine 2	= 25,33 %	= 25,33 %
probabilité de ruine conditionnelle	= 20 %	= 20 %
Loi normale		
probabilité de construire l'usine 2	= 54,38 %	= 54,38 %
probabilité de ruine conditionnelle	= 20 %	= 20 %

1. Les unités de mesure sont a tonnes/an, I_o, $E(\Pi_1)$ à $E(\Pi_T)$ sont en milliers de dollars et $EU(.)$ est exprimée en unités brutes.

TABLEAU 5 (suite)

TAILLE OPTIMALE D'UNE USINE, QUESTION 5[1]

Probabilité de ruine conditionnelle limitée à 20 %

Question 4

$v_1 = 175$ $v_2 = 300$

Loi	a	I_o	$E(\Pi_1)$	$E(\Pi_2)$	$E(\Pi_T)$	$E[U(W_{F1})]$	$E[U(W_{F2})]$	$E[U(W_{FT})]$
Uniforme								
$Y_1 = 0$	251	1194	640,02	—	640,02	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	250	1191	640,00	—	640,00	3,61	—	3,61
Normale								
$Y_1 = 0$	249	1187	443,28	—	443,28	—	—	—
$Y_1 = 0{,}001$	248	1184	443,27	—	443,27	2,50	—	2,50

W_o = \$ 50 000

$v - a > 66$ t/an pour qu'il y ait possibilité de construire une deuxième usine

	$Y_1 = 0$	$Y_1 = 0{,}001$
Loi uniforme		
probabilité de construire l'usine 2	= 0 %	= 0 %
probabilité de ruine conditionnelle	= 0 %	= 0 %
probabilité de ruine après étude de marché	= 10 %	= 10 %
Loi normale		
probabilité de construire l'usine 2	= 0 %	= 0 %
probabilité de ruine conditionnelle	= 9,34 %	= 9,18 %
probabilité de ruine après étude de marché	= 14,67 %	= 14,59 %

1. Les unités de mesure sont : en tonnes/an pour a, en milliers de \$ pour I_0, $E(\Pi_1)$ à $E(\Pi_T)$ et en unités brutes pour $EU(.)$.

TABLEAU 6

AUTRES RÉSULTATS[1]

Espérance totale des profits actualisés après l'étude de marché (question 4)

	Loi Uniforme	Loi normale
$Y_1 = 0$	300,26	192,56
$Y_1 = 0{,}001$	300,23	192,55

Avec contrainte sur probabilité de ruine après l'étude de marché P = 20 % (question 5)

	Loi uniforme	Loi normale
Espérance totale des profits actualisés après l'étude de marché		
$Y_1 = 0$	300,26	187,99
$Y_1 = 0{,}001$	300,23	187,99

Avec contrainte sur probabilité de ruine conditionnelle avant l'étude de marché P = 20 % (question 5)

	Loi uniforme	Loi normale
Espérance totale des profits actualisés après l'étude de marché		
$Y_1 = 0$	291,23	171,90
$Y_1 = 0{,}001$	291,22	171,90

1. Les résultats sont en milliers de dollars.

BIBLIOGRAPHIE

BARON, P., (1970) «Price Uncertainty, Utility and Industry Equilibrium in Price Competition», *International Economic Review*, octobre, pp. 463-480.

BARON, P., (1971) «Demand Uncertainty in Imperfect Competition», *International Economic Review*, juin, pp. 196-208.

BOYER, M., et G. DIONNE, (1983) «Riscophobie et étalement à moyenne constante : analyse et application. *L'Actualité Économique*, vol. 59, 2, juin, pp. 208-229.

BRIYS, E. et L. EECKHOUDT, (1985) «Relative Risk Aversion in Comparative Statics : A Comment», *American Economic Review*, vol. 75, 1, mars, pp. 281-282.

COPELAND, E. et J. WESTON, (1983) *Financial Theory and Corporate Policy*, Addison-Wesley Publishing Company, 2e edition.

DIONNE, G. et L. EECKHOUDT, (1988) «Increasing Risk and Self-Protection Activities», *Geneva Papers on Risk and Insurance* (à paraître).

DRÈZE, J.H., (1982) «Decision Criteria for Business Firms» in M. Hazewinkel et A.H.G. Rinnooy Kan (Eds), *Current Developments in the Interface : Economics, Econometrics, Mathematics*, pp. 27-53, Dordrecht : D. Reidel Publishing Company. Également dans J.H. Drèze (1987), *Essays on Economic Decisions Under Uncertainty*, pp. 298-320, Cambridge University Press, London.

DRÈZE, J.H., (1985) «(Uncertainty and) The Firm in General Equilibrium Theory» *Economic Journal*, 95, Supplement, 1-20. Également dans J.H. Drèze (1987), *Essays on Economics Decisions Under Uncertainty*, pp. 321-343, Cambridge University Press, London.

EECKHOUDT, L. et P. HANSEN, (1983) «Micro-Economic Applications of Marginal Changes in Risk» *European Economic Review*, 22, juillet, pp. 167-176.

EECKHOUDT, L. et P. HANSEN, (1984) «Mean-Preserving Changes in Risk with Tail-Dominance» Cahier de recherche 8413, Département de science économique, Université de Montréal.

HYMANS, J.H., (1966) «The Price-Taker : Uncertainty, Utility and the Supply Function», *International Economic Review*, vol. 7, n° 3, septembre, pp. 346-356.

KATZ, E., (1985) «Relative Risk Aversion in Comparative Statics», *American Economic Review*, vol. 75, n° 1, mars, pp. 286-287.

KEELER, E., J. NEWHOUSE et C. PHELPS, (1977) «Deductibles and the Demand for Medical Care Services : The Theory of a Consumer Facing a Variable Price Schedule Under Uncertainty» *Econometrica*, vol. XLV, n° 3, avril, pp. 641-655.

LELAND, H.E., (1972) «Theory of the Firm Facing Uncertain Demand», *American Economic Review*, vol. 62, n° 3, juin, pp. 278-291.

LÉVY-LAMBERT, H., et J.P. DUPUY, (1975) *Les choix économiques dans l'entreprise et dans l'administration*. Série finance et économie appliquée, Dunod (eds), Paris, tomes I et II.

MEYER, J. et M. ORMISTON, (1983) «The Comparative Statics of Cumulative Distribution Function Changes for the Class of Risk Averse Agents» *Journal of Economic Theory*, 24, décembre.

MILLS, E.S., (1959) «Uncertainty and Price Theory», *Quarterly Journal of Economics*, LXX III, pp. 116-130.

PELLERIN, M., (1985) «Investissement en incertitude: taille d'une usine» rapport de recherche, département de science économique, Université de Montréal, août, 154 pages.

POWELL, W. et C. WINSTON, (1983) «A Numerical Investigation of the Impact of Uncertain Demand and Varying Risk Preferences on the Pricing and Capacity Decisions of Transportation Firms : the Case or Airlines», *Transportation Research*, vol. 17B, n° 6, décembre pp. 471-490.

ROTHSCHILD, M. et J. STIGLITZ (1970) «Increasing Risk : A Definition» *Journal of Economic Theory*, 2, septembre, pp. 225-243.

SANDMO, A., (1971) «On the Theory of the Competitive Firm Under Price Uncertainty», *American Economic Review*, vol. 61, n° 1, mars, pp. 65-73.

VENEZIA, I., (1984) «Aspects of Optimal Automobile Insurance», *Journal of Risk and Insurance*, mars, pp. 63-79.