Revue des sciences de l'éducation

Analyse des facteurs qui influencent la construction de la langue mathématique

Jean Auger

Volume 15, numéro 1, 1989

URI : https://id.erudit.org/iderudit/900615ar
DOI : https://doi.org/10.7202/900615ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Revue des sciences de l'éducation

ISSN

0318-479X (imprimé)
1705-0065 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Auger, J. (1989). Analyse des facteurs qui influencent la construction de la langue mathématique. *Revue des sciences de l'éducation*, *15*(1), 3–21. https://doi.org/10.7202/900615ar

Résumé de l'article

L'auteur examine — notamment à partir de cas d'adolescents et de jeunes adultes en rééducation — les principaux facteurs qui influencent la construction de la langue mathématique. Bien que certains facteurs puissent se combiner entre eux, il en distingue six : la perception de la quantité, l'état de l'affectivité, la qualité de la langue maternelle, le niveau de raisonnement, la mobilité des opérations actives et la connaissance du sens des éléments nécessaires à la représentation idéogrammique ou figurative. L'auteur dégage en conclusion les leçons que la rééducation pourrait apporter à la pédagogie.

Revue des sciences de l'éducation, vol. XV, no 1, 1989

Analyse des facteurs qui influencent la construction de la langue mathématique

Jean Auger*

Résumé — L'auteur examine - notamment à partir de cas d'adolescents et de jeunes adultes en rééducation - les principaux facteurs qui influencent la construction de la langue mathématique. Bien que certains facteurs puissent se combiner entre eux, il en distingue six: la perception de la quantité, l'état de l'affectivité, la qualité de la langue maternelle, le niveau de raisonnement, la mobilité des opérations actives et la connaissance du sens des éléments nécessaires à la représentation idéogrammique ou figurative. L'auteur dégage en conclusion les leçons que la rééducation pourrait apporter à la pédagogie.

Abstract — Based on a description of case studies of adolescents and young adults in remedial education, the author examines the principle factors that influence the construction of mathematical language. Although certain factors can be combined, the author distinguishes the following six: perception of quantity, affective state, quality of mother tongue, reasoning level, mobility of cognitive operations, and understanding the meaning of those elements necessary for ideographic or figurative representation. In concluding, the author points out how implications from remedial education can be extended to general situation.

Resumen — El autor examina, a partir de casos de adolescentes y de jóvenes adultos en reeducación, los principales factores que influyen en la construcción del lenguaje matemático. Aunque ciertos factores puedan combinarse entre ellos, el autor distingue seis: la percepción de cantidad; el estado afectivo; la calidad del idioma materno; el nivel de razonamiento; la mobilidad de operaciones activas y la conciencia del sentido de elementos necesarios para la representación ideográmica o figurativa. En la conclusión el autor señala las lecciones que la reeducación podría aportar a la pedagogía.

Zusammenfassung — Der Verfasser untersucht - insbesondere ausgehend von Fällen jüngerer und älterer Jugendlicher während der Umerziehung - die Hauptfaktoren, die den Aufbau der mathematischen Sprache beeinflussen. Obwohl bestimmte Faktoren sich miteinander kombinieren lassen, unterscheidet er deren sechs : das Erfassen der Menge, den Stand der Affektivität, die Qualität der Muttersprache, das Niveau des vernünftigen Folgedenkens, die Beweglichkeit bei aktiven Handlungen und die Kenntnis der Bedeutung der für die idiographische und figürliche Darstellung notwendigen Elemente. Der Verfasser stellt zum Schluss die Lehren dar, die die Umerziehung der Pädagogik bieten könnte.

* Auger, Jean: professeur, Université du Québec à Chicoutimi.

Nous nous proposons d'examiner ici les principaux facteurs qui influencent plus ou moins directement et avec plus ou moins d'intensité, la construction de la langue mathématique. Bien que certains facteurs peuvent s'imbriquer dans d'autres, nous en distinguerons six: A) la perception de la quantité; B) l'état de l'affectivité; C) la qualité de la langue maternelle; D) le niveau de raisonnement; E) la mobilité des opérations actives, et F) la connaissance du sens des éléments nécessaires à la représentation idéogrammique ou figurative.

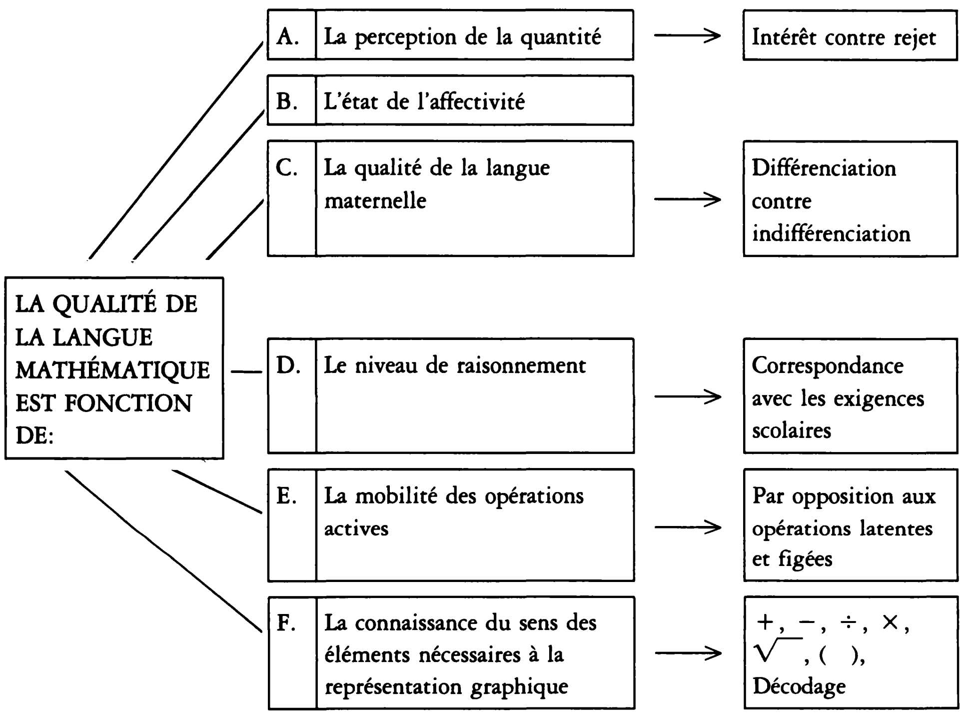


Figure 1. Principaux facteurs qui influencent la construction de la langue mathématique.

Il peut sembler surprenant, bien que très courant dans les communications des chercheurs depuis une décennie, de parler de la langue mathématique au lieu de la science mathématique. Pour comprendre cette distinction, il suffit de se rappeler que la science a un objet d'étude et que l'étude de cet objet suppose une démarche expérimentale, ce qui n'est pas le cas pour la mathématique.

L'optique que nous présentons n'est que le fruit d'une longue pratique et d'une double formation en mathématique et en psychologie. La confrontation des travaux et des écrits sur le sujet nous conduit à poser une hypothèse qui ne peut être étayée ni par les tenants de la causalité liée au contenu de la mathématique, ni à la causalité liée à l'affectivité et encore moins à la recherche de l'Eldorado (modèle imaginaire qui résoudrait tous les problèmes).

Nous avons donc essayé de resituer l'axe de la recherche éventuelle sur une base qui échappe à la recherche actuelle: «le langage et la perception de la quantité» en tant que préalables à la construction de la langue mathématique. Il est surprenant de constater la réaction négative de certains enfants dès l'apparition du signe numérique dans les classes de première année. Comment un enfant qui entend son père dire régulièrement devant lui que les maths: «il en mange» ne puisse pas rejeter cette étrange nourriture?

Existe-t-il un lien entre le langage, dont le sujet n'est même pas conscient du sens de ce qu'il exprime; la perception de la quantité préalable au code numérique; un état émotif spécifique; le niveau de la mobilité du raisonnement et le sens des signes utilisés pour la représentation de la langue?

C'est ce que nous allons tenter de circonscrire en présentant chacun des facteurs sous la forme d'un discours discontinu, puisque le lien n'est pas encore démontré que la recherche, le seul domaine où le lien semble clair entre les facteurs, est celui de la rééducation qui tient compte simultanément du contenu mathématique, de la psychologie et de la langue maternelle.

Nous terminerons donc notre exposé par une esquisse de l'impact possible des principes de la rééducation sur la pédagogie.

La perception de la quantité

L'enfant vit la notion de quantité dès sa naissance: la quantité de lait en correspondance avec la sensation de satisfaction ou de non-satisfaction. Cette notion va prendre la forme que le milieu immédiat favorisera. Alternativement, la quantité sera perçue comme étant conforme (= égal) à l'attente du sujet ou comme étant liée à un manque (- vide). Le plus (+) n'apparaît qu'avec le trop, ce qui dépasse (>) la demande organique ou psychique.

À cette perception viscérale, renforcée par la répétition de la demande et de l'offre, s'ajoutera la notion de quantité quantifiée par les parents et le monde ambiant, aussi bien par l'usage de la quantité singularisée à l'intérieur de la langue parlée que par les médias.

L'enfant voit très tôt que la quantité est un objet de préoccupation pour les parents selon l'intensité qu'ils lui accordent dans les conversations quotidiennes.

La perception de la quantité n'est pas la même pour l'enfant unique (unicité de l'orientation sur lui de la quantité) que pour l'enfant d'une famille nombreuse (pluralité et dispersion de la quantité sur plusieurs sujets).

La quantité peut aussi bien représenter l'abondance, l'aisance, la puissance et la richesse que la rareté, la pauvreté, l'impuissance et le vide. Cette notion est si puissante que beaucoup de gens sont persuadés que reprendre deux ou trois fois une année scolaire rendra l'élève plus mûr ou plus intelligent. Le système estime qu'une année scolaire doit être de 182 jours et que la moyenne pour la promotion doit être de 60% au moins. En fait, il est impossible de justifier la validité de ces exigences en dehors de la croyance entretenue que la quantité est une garantie de la qualité: «avec le temps (quantité), il comprendra (qualité)».

Dans les conversations quotidiennes, nous retrouvons la quantité, en permanence, subtilement introduite dans la phrase par les mots: longtemps, toujours, loin, proche, encore, peu, beaucoup, suffisamment, assez, etc. Par exemple, l'objet zéro (0) peut représenter le «rien», s'il est seul, et la puissance, s'il est précédé d'un chiffre significatif, c'est-à-dire différent de zéro: 10, 100, 1000, etc. Il n'existe pratiquement pas de qualificatifs qui ne sous-entendent la notion de quantité: qualité de vie, pollution, performance, production, amour, plaisir, croyance, sensation, etc. Lorsqu'un objet est associé à la notion de quantité, une dynamique singulière, donc unique, est inévitablement engendrée autour de cet objet.

Lorsque l'enfant entre à l'école, sa perception de la quantité est claire et il l'a traduite par «j'aime ou pas le calcul».

La prépondérance accordée par les parents au (+) ou au (-), au plus grand que (>) et au plus petit que (<) engendrera une perception singulière chez l'enfant qui, par le biais de l'identification, sera perpétuée toute sa vie. La moindre de ses actions sera une répétition de cet héritage perceptif et de son sens singulier, sauf si une intention adéquate est effectuée.

Il est curieux de voir la lutte de certains élèves pour obtenir une moyenne élevée alors que d'autres ne visent que le minimum exigé par le système.

L'influence de cette perception singulière est sous-estimée dans l'enseignement de la mathématique et il est difficile de changer cette perception lorsqu'on utilise le nombre comme instrument de valorisation ou de dévalorisation, de pouvoir ou de médiocrité.

L'individu ne perçoit le nombre et les signes mathématiques qu'en fonction de sa perception singulière de la quantité. Avanzini (1967, p. 156) note une relation entre certains échecs et le fait que les parents qui sont dans le commerce véhiculent un aspect négatif du nombre. Ne pourrions-nous en dire autant avec les discussions sur le budget familial? Il existe une multitude d'exemples sur les illusions perceptives concernant la quantité:

1. Une fille de 13 ans, douée, passe d'une école privée à la polyvalente dans une petite ville. Sa performance élevée l'isole des autres. Finalement, elle

parvient à s'intégrer à un groupe. Sa performance scolaire est moindre et sa satisfaction pour la vie en groupe, plus grande.

Dans ce cas, nous assistons à un contrepoids de la quantité.

2. Une fille de 15 ans, en 3e secondaire, dans une polyvalente, reçoit de l'aide en mathématique. Chaque fois qu'elle obtient une bonne note (70 à 85%) elle s'absente de l'école pendant plusieurs jours. Interrogée sur ce phénomène par le professeur, elle mentionne qu'en réussissant, elle est rejetée de son milieu familial (père chômeur) et cite la phrase qu'on lui assène: «t'es une bol, t'es pas des nôtres».

Là encore nous assistons au principe de l'homéostase (équilibre). Confrontée avec le système qui exige la réussite et le milieu qui l'exclut au nom de ce succès, la jeune fille fait face à deux perceptions de la quantité.

Pour certains, c'est le nombre de fois que l'on répète un geste qui conduit à la compréhension; pour d'autres, c'est le nombre d'heures passées sur le sujet ou l'effort (plus d'énergie) que l'individu déploie pour exécuter une tâche. La traduction numérique de la perception singulière de la quantité peut engendrer d'autres problèmes, tel celui d'un élève qui obtient 91% de moyenne et que la mère harcèle pour qu'il obtienne plus. Ne pouvant y parvenir le garçon s'intéresse à la guitare et renonce à maintenir la performance scolaire.

À cette perception de la quantité s'ajoute la qualité de l'affectivité et plus particulièrement l'état anxiogène.

L'état de l'affectivité

L'inquiétude, l'anxiété, l'angoisse, sont des niveaux d'expression de l'émotion qui traduisent un état d'attente, d'impossibilité de passer à l'action. Lorsque le sujet fait face à une situation contextuelle (problème), il tente de réduire ce contexte externe à son sens le plus singulier. L'impossibilité de parvenir au contexte non singulier engendre l'anxiété. L'observateur, en voyant la manifestation anxieuse, prend le produit du conflit pour la cause et prétend qu'il faille éliminer cette anxiété.

Ceux qui travaillent dans ce sens affirment qu'en faisant parler le sujet, son anxiété diminue face à la mathématique. Non seulement ils favorisent l'expression des «choses» indifférenciées, mais ils soumettent cette pression à une analyse contextuelle plus large. En réalité, ils facilitent le passage d'un mode singulier de perception à un contexte plus large.

L'exemple cité par Bergeron et Herscovics (1982, p. 293) illustre bien cette observation: «[...] dans cet échange, les idées inacceptables se voyaient réfutées par d'autres enseignants.» Les auteurs avaient fixé des «critères acceptables» en fonction d'un modèle établi a priori: «l'inacceptable est bien le singulier et le modèle un cadre contextuel à atteindre». Les auteurs précisent, entre autres, que le travail en équipe a donné un résultat très supérieur au travail individuel; que 25 enseignants sur 28 ont signifié qu'ils pensaient mieux comprendre la mathématique; que l'analyse de l'incompréhension change la perception; que les analyses obligent l'enseignant à reconstruire la mathématique dans un contexte psychogénétique. Cela revient à dire que l'analyse d'un monde singulier prépare le passage à un contexte plus large et que l'action d'analyser est un moyen d'éliminer l'attente, donc la manifestation de l'anxiété.

Cette démarche est la base même des thérapies et des rééducations. L'analyse liée à l'intervention permet une décentration et une réorganisation de la perception. L'intervention sous la forme de questions incite à l'action, contrairement à l'explication qui maintient le sujet passif.

Parler d'anxiété dans le contexte de la langue mathématique uniquement semble relever du réductionnisme. En effet, dès l'instant où une marge spatiotemporelle existe entre l'attente et l'action, l'anxiété apparaît. Quelle que soit la matière enseignée, lorsque le professeur fixe les objectifs d'un cours et les travaux qui devront être effectués, l'anxiété est générale et frise parfois l'état panique. Tous les professeurs constatent ce phénomène et savent qu'en favorisant l'action, la manifestation de l'anxiété disparaît. Les acteurs eux-mêmes mentionnent qu'ils ont le trac avant d'entrer en scène et qu'il disparaît avec l'action.

L'observateur est souvent incapable de distinguer le symptôme de l'anxiété, de l'état d'éveil, d'alerte ou l'attitude de rejet d'un objet. L'état d'éveil n'est pas anxiogène et n'empêche pas l'individu de fonctionner. Quant à l'attitude de rejet, elle peut exister sans l'anxiété; le fait de rejeter les moustiques ou un objet inacceptable n'est pas obligatoirement associé à l'anxiété.

Comme la notion de quantité est construite progressivement et associée à l'affectivité, le langage, lui aussi, se construit en étroite relation avec ces deux composantes; les difficultés inhérentes à la construction de la langue mathématique ne sauraient s'expliquer sans une compréhension de l'évolution du langage.

La qualité de la langue maternelle

Il nous faut distinguer ici la langue maternelle (français, anglais, russe, etc.) de ce qui est instrument d'échange entre l'enfant et sa mère que nous appellerons le langage.

Les linguistes Delacroix, De Saussure et Slama-Cazacu, entre autres, ont tenté de distinguer le langage de la langue. Pour ces auteurs, le langage est un phénomène total - une fonction qui construit ou qui permet l'emploi du système de signes alors que les psychologues l'entendent comme un ensemble complexe de processus résultant d'une activité psychique, qui rend possible l'acquisition et l'emploi concret d'une langue. De plus, les linguistes définissent la langue comme un système grammatical, lexical, phonétique, doublé de composantes extralinguistiques.

Pour éviter l'ambiguïté qui subsiste chez les linguistes, nous parlerons du langage comme étant le produit d'un amalgame composé de sensations, d'émotions, d'énergie, de perceptions acoustiques, visuelles, tactiles, odorantes et d'opérations mentales. Nous retiendrons le sens accordé à la langue par les linguistes, mais sans pour autant la considérer comme complètement dégagée d'un sens singulier. Par contre, nous accepterons la langue formelle comme un système non influencé par le sens singulier, outre les autres aspects que nous préciserons ultérieurement.

La construction du langage

Le langage, ou ce qu'il deviendra, est préparé pendant la période de gestation et prendra sa forme spécifique à la naissance de l'enfant. Ce langage unique, que l'enfant et la mère établissent, ne peut être transféré hors de cette relation dans sa totalité. Il se construit par strates avec, pour fondement, des traces mnésiques indélébiles. C'est également durant cette phase que les éléments perceptifs seront associés à une certaine intensité énergétique, laquelle conduira à associer un sens singulier aux éléments apportés par le milieu externe à la relation binaire.

La relation binaire (mère-enfant) va devenir progressivement relative pour l'enfant, avec l'intrusion entre sa mère et lui, d'une tierce personne dont l'expression est différente.

La construction de la langue (1re étape)

L'intrusion progressive du père ou d'une personne adulte étrangère à la relation binaire, obligera l'enfant à utiliser dans le langage un ensemble d'éléments essentiels à la communication avec une personne étrangère au langage mère-enfant. Non seulement l'enfant devra-t-il choisir des éléments du langage, mais il devra organiser ses éléments de manière à se faire comprendre. Les éléments sélectionnés demeurent investis d'un sens singulier. Pour organiser les éléments, le sujet devra faire appel à des fonctions cognitives élémentaires, elles-mêmes indifférenciées.

À ce niveau, l'enfant perçoit bien l'importance de contrôler les éléments qui lui permettent de communiquer avec une tierce personne et réalise aussi le pouvoir que lui procure l'organisation des éléments extirpés du langage, surtout s'il maintient le sens singulier qu'il accordait aux éléments dans le langage propre à la relation binaire, afin d'activer les émotions associées aux mots chez l'interlocuteur.

La construction de la langue (2e étape)

Dès son entrée à l'école, l'enfant se trouve confronté à des personnes qui lui parlent une langue plus structurée et qui en exigent l'utilisation. Cette exigence, imposée par une personne investie du pouvoir que lui accordent le système et la société, entraîne chez l'enfant une dichotomie école-milieu qui aura un impact sur son avenir. En effet, à l'école, il s'efforcera de parler une langue désinvestie du sens singulier et parlera un langage plus singulier dans son milieu ambiant naturel. La langue singulière n'est plus le langage, car il lui manque l'aspect non verbal. Cependant, bien que les mots utilisés semblent correspondre au sens scolaire, ils demeurent souvent empreints d'un sens personnel, nébuleux.

Pour éliminer la dualité entre la langue singulière et la langue externe (scolaire), le sujet tentera de ramener la seconde au niveau de la première. Ainsi, nous assisterons à une langue bizarre, difficile à analyser de l'extérieur, car elle sera mi-singulière, mi-scolaire.

La pression exercée par le milieu scolaire pendant 182 jours pour que le sujet utilise la langue scolaire va favoriser ceux qui disposent d'un raisonnement plus élevé. En effet, c'est l'âge où l'enfant se trouve modifié par l'apparition de la pensée opératoire. Mucchielli (1968, p. 133) note à ce sujet que la pensée s'objective vers l'âge de huit ans.

Les recherches et les observations indiquent que l'émotion ne s'exprime que dans la «langue maternelle», donc au niveau du langage.

La construction de la langue formelle

La langue formelle ne peut se passer d'un niveau de raisonnement élevé, et c'est précisément celui qui raisonne le mieux qui sera le plus favorisé par le système. La particularité de la langue formelle est d'être non singulière et de n'être centrée que sur l'objet présenté par l'extérieur.

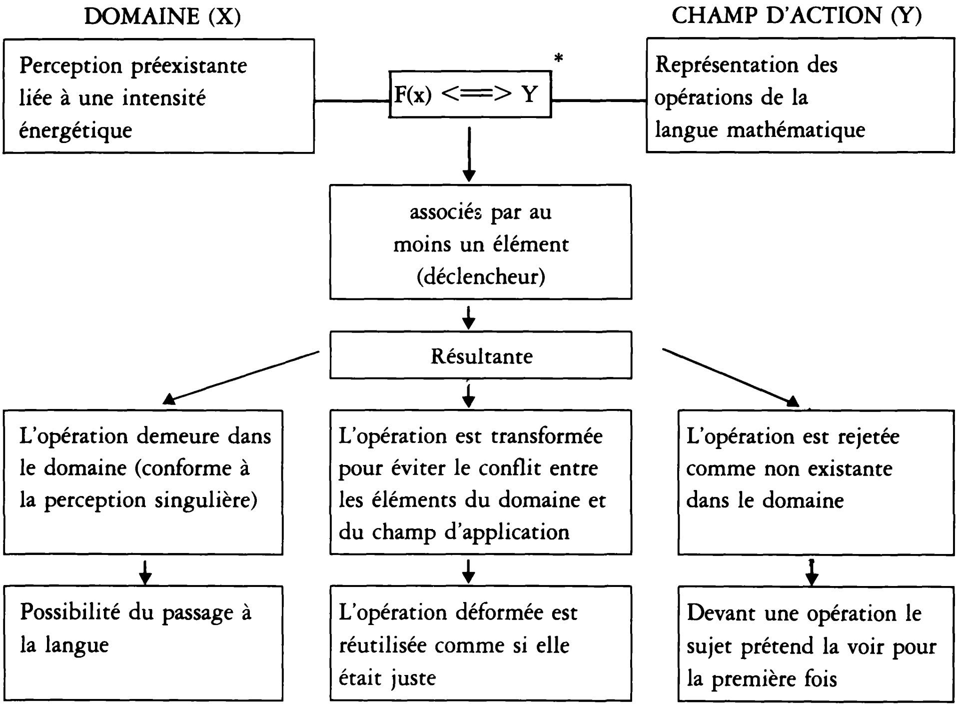
Nous savons qu'un individu neuro-physiologiquement normal et qui a l'âge chronologique suffisant possède la pensée formelle, mais que de nombreuses opérations demeurent inaccessibles au sujet (inconscient). La rééducation, avec des interventions interrogatives, permet au sujet de passer du niveau concret au niveau préformel ou formel en moins de 45 heures. Si le sujet ne possédait pas inconsciemment les opérations requises, ce passage nécessiterait un autre type d'intervention. La première question est alors de savoir comment faire émerger ces opérations de l'inconscient: le fait qu'elles soient conscientes entraîne-t-il automatiquement la coordination avec les opérations déjà actives?

En outre, pour mesurer la prise de conscience et son absence pour qu'une telle transformation se produise, il faut disposer d'un instrument. Un test, ou une épreuve, ne peut mesurer un potentiel puisque le sujet ignore les opérations inconscientes. Seules les opérations actives peuvent être mesurées. C'est avec les opérations manifestes que l'individu travaille, non pas avec des opérations dont il ignore l'existence en lui.

Le bref résumé que nous venons de faire sur la relation entre les niveaux de construction de la langue associée à la notion de quantité et à l'état affectif nous conduit à situer le contexte du débat actuel sous un angle différent.

Contexte du débat actuel

Le relevé des publications et des communications sur les difficultés d'apprentissage en mathématique permet d'isoler deux tendances spécifiques: d'une part, ceux qui cherchent des solutions aux niveaux du contenu de la langue mathématique et, d'autre part, ceux qui centrent leurs recherches sur les sujets qui éprouvent de la difficulté à construire la langue mathématique. Ce groupe cherche depuis une quinzaine d'années à établir un lien entre l'affectivité et le contenu mathématique (Legault, 1985; Gattuso et Lacasse, 1987; Nimier, 1976). Ces chercheurs travaillent à la fois sur la causalité et sur la mise au point de démarches correctives. Il ne fait aucun doute que tous ces éducateurs obtiennent des résultats, particulièrement si le sujet est seul avec l'intervenant. Malheureusement, les auteurs limitent l'exposé de leurs résultats à des affirmations. De manière à clarifier le problème, nous allons analyser plusieurs situations à l'aide d'un schéma hypothétique de la dynamique sous-jacente aux divers problèmes soulevés par les rééducateurs (figure 2).



* Notre action est le produit de ce que nous sommes et ce que nous sommes entraîne une action singulière.

Figure 2. Schématisation hypothétique de la dynamique au niveau du langage.

Considérons l'ensemble des perceptions préexistantes engluées partiellement ou sélectivement dans le langage (domaine «x») et un champ d'action «y» qui contient la représentation des opérations mathématiques.

L'enfant associe, selon certains chercheurs (Weyl-Kailey, 1985; Baruk, 1986), une opération mathématique à sa perception singulière.

Nous avons trois situations possibles, soit que:

1) L'opération mathématique demeure à l'intérieur du domaine apparaissant au sujet comme étant conforme à sa perception singulière, d'où la possibilité du passage à la langue. Le fait que le sujet perçoive l'opération comme instrument valorisant, suscite l'intérêt;
2) L'opération présentée déclenche un conflit en raison d'une contradiction avec une perception antérieure, propre au sujet. Par exemple, si la notion de partage est perçue négativement, la division rappellera au sujet cette perception. Pour éviter de demeurer en conflit, le sujet introjecte l'opération présentée dans le domaine des perceptions singulières. Cette opération sera alors déformée pour correspondre à sa perception, puis réutilisée comme étant juste à ses yeux;
3) L'opération est rejetée comme non existante et le sujet prétend, lorsqu'elle lui est présentée à nouveau, qu'il la voit pour la première fois.

Le sujet du premier groupe manifestera de l'intérêt, le second sera instable et le troisième n'éprouvera aucun intérêt. Nous allons illustrer par quelques exemples les trois situations que nous venons d'exposer. Des exemples de ce genre, nous en avons rencontré des centaines dont l'intensité de la résistance variait d'un sujet à l'autre. Dans chaque cas, l'objet (opération) présenté par le professeur est immédiatement soumis à l'analyse du système singulier de perception, et ce qui en découle n'a rien d'objectif.

Première situation

Exemple 1: Une future enseignante, dans un cours de didactique de l'arithmétique, affirme que la division est l'opération la plus facile pour les enfants. Les autres étudiants expriment leur surprise (rougissement de l'étudiante). Lors des expériences dans les écoles, elle réalisa le contraire: étonnée, elle explique à ses collègues que pour elle (aînée de plusieurs enfants), c'est un plaisir de partager avec ses frères et ses soeurs et qu'elle se sent valorisée par cette action. Notons que la division détermine la part que l'on donne ou que l'on reçoit et qu'un grand diviseur réduit la part de chacun (-).

Ainsi, nous voyons que la division est acceptée et qu'elle n'est pas un simple contenu (langue + sens singulier). Le sujet pouvant maîtriser l'opération avec satisfaction éprouvera le besoin de continuer, ce qui le conduira éventuellement, mais pas nécessairement, à la langue puis à la langue formelle.

Dans ce cas, la perception singulière est associée à une série de situations valorisantes, donc investie d'une intensité énergique totalement utilisée dans l'action, d'où l'absence de conflit.

Deuxième situation

La deuxième situation est de loin la plus complexe, car elle regroupe des sujets présentant une grande variation causable qui va de la causalité unique associée à une operation (division = perte), parfois à une causalité plus large associée à une famille d'opérations (les inverses, par exemple).

Exemple 1: Kat., une fille de 14 ans et 6 mois, en 2e secondaire, dans une école privée, a une moyenne de 30%. Elle est renvoyée de l'école. Kat. a une soeur de 12 ans et 8 mois.

Lors de l'évaluation, elle fait la division suivante:

$$\begin{array}{r|l} 286 & \underline{26\quad} \\ 54 & 92 \end{array}$$

Elle multiplie 2 x 2 = 4 et pose le 4 sous le 6 du dividende puis multiplie 9 x 6 et pose le 5 du 54 sous le 8 du dividende. Impossible de savoir d'où viennent le 9 et le 2 du quotient. Finalement, elle ne sait plus quoi faire. Pour elle, 5 × 9 = 40 et dès que nous abordons les nombres relatifs, ses réponses sont toutes affublées du signe (-). Pendant huit séances d'une heure trente, elle persiste à donner des réponses précédées du «moins».

Bien qu'elle ne parle pas beaucoup, nous essayons de découvrir le sens qu'elle donne au «moins». Elle découvre, en parlant de son ami qui vient de l'abandonner, qu'elle «s'est faite avoir», que sa soeur est la préférée et obtient *plus* de la part de ses parents. Bref Kat. est toujours perdante peu importe la situation, d'où le «moins». Lors des séances qui suivirent, elle parlait parfois quinze à vingt minutes. Le blocage sur les signes ayant un sens de perte (-, ÷, etc.) disparut. L'année suivante elle se situait dans le premier cinquième de la classe et affirma aimer l'école pour la première fois.

Ce cas, que nous avons résumé succinctement, constitue un exemple de transformation des opérations présentées pour éviter le conflit: dans chaque situation elle sort perdante (-), sa vie le confirme; donc en mathématique, il faut que ce soit vrai aussi, la réponse est systématiquement négative. Ainsi, pas de conflit (moins = moins). Sa soeur possède le plus. La réussite, sans une modification de la perception singulière, aurait maintenu le conflit (-, +) et l'élève ne pouvait qu'essayer de fuir dans le rêve; ce qu'elle faisait déjà.

Exemple 2: Weyl-Kailey (1985, p. 103-113) cite le cas d'Olivier qui refusait d'écrire ou de prononcer le nombre 2 parce qu'il se sentait écrasé par un frère modèle et éternellement déprécié par la comparaison. Là encore, le 2, symbole de la dualité, est éliminé par Olivier pour éviter le conflit sous-jacent.

Exemple 3: Nous avons rencontré une situation de ce genre avec le nombre 4 chez trois garçons d'une même famille dont la jeune soeur de quatre ans venait de mourir. Les trois garçons oubliaient le 4 dans les soustractions, substituaient le 3 au 4 dans la division et éliminaient l'indice dú radical lorsque c'était la racine quatrième.

Les parents culpabilisaient les enfants pour avoir été négligents envers la petite soeur dont ils avaient la garde. Après une entrevue sur le sujet avec les parents, le 4, objet du conflit, reprit lentement sa place pour l'aîné et le second. Le troisième mit un peu plus de temps.

Exemple 4: Weyl-Kailey (1985, p. 143-155) rapporte également la situation de Charles qui remplaçait systématiquement la soustraction par l'addition après la mort de son frère.

Dans les exemples 3 et 4, nous assistons à une généralisation, laquelle pourrait s'exprimer par: mort = moins, mort = refus; moins = refus, ce qui constitue une transitivité du type a = b, a = c et b = c.

Exemple 5: Cha., une élève de 3e secondaire, ne parvient pas à comprendre la retenue. Lorsque nous lui demandons le sens qu'elle accorde à ce mot, elle précise: «La retenue c'est une punition, ça prive du plaisir et si on se retient tout le temps on a pas de *fun*.»

Il est facile de voir que pour ce sujet le blocage est provoqué par le mot auquel la succession des punitions donne un sens singulier rappelant des souffrances successives.

Examinons maintenant la troisième situation, celle du rejet pouvant aller d'une opération à la totalité de la langue mathématique.

Troisième situation

Exemple 1: Un garçon de 19 ans, en 3e secondaire, fils unique, d'une force physique telle qu'il est détenteur de plusieurs médailles en sport, refuse l'égalité. Devant trouver la valeur de x dans une équation, il marmonne, grogne et l'exécute ainsi:

Donnée: 3x + 2 = x + 4
Etape 1: 3x + 2 Z x + 4
Etape 2: 3x + 2 ○ x + 4
Réponse: 3x + 6

Le signe d'égalité est modifié, puis éliminé. Il affirme que l'égalité n'existe pas: «on est le plus fort ou le plus faible». Son passé justifie l'inexistence de ce qui lui est proposé. Le rejet élimine un conflit possible.

Ce sujet demeure englué dans le langage en ce qui concerne l'égalité. Il ne s'agit pas d'un refus de la part du sujet, mais d'une impossibilité de percevoir une réalité externe qui n'appartient pas à son système référentiel de perception.

Exemple 2: Dans la situation du rejet global de la langue mathématique, nous assistons à l'anarchie plus ou moins globale des réponses.

Examinons le cas de Domi.: garçon âgé de 14 ans, de petite taille, qui suit des cours de récupération (depuis 2 ans) avec un professeur dévoué de l'école privée qu'il fréquente. Il double la 2e secondaire et ne progresse pas.

Lors de l'évaluation, il affirme que:

$3 \times 8 = 20$
$2/5 + 1 = 3/5$
$2/3 + 2/7 = 4/10 = 1/6$
$5/8 - 1 = 4/7$
$6/10 = 1/4$
$36 \times 5 = 350$
$3{,}14 \times 4 = 1{,}256$
$25 \times 15 = 275$
$3{,}6 \div 2 = 1{,}08$

$$\begin{array}{r|l} 10\,000 & \underline{\;314\;} \\ 942 & 3 \end{array}$$

Le professeur exige l'utilisation de la calculatrice et le «récupérateur du collège» n'a pu rencontrer le père qu'une seule fois en deux ans. Le sujet est référé à une clinique privée. Le père accompagne son fils à chaque séance. Le fils progresse dès l'examen suivant et continue de progresser. Domi. affirme qu'il commence à trouver «ça intéressant».

Les situations de «rejet global» sont nombreuses, généralement liées aux parents ou à la fratrie. Le rejet est surdéterminé par les résultats ou par les professeurs identifiés aux parents par le sujet.

Exemple 3: Jo., en 3e secondaire, 14 ans, fréquente une école privée anglophone parce que cela plaît à son père. Les parents sont francophones et nous sommes en pleine période indépendantiste. Jo. est renvoyé de l'école avec la note 0 en mathématique. Il a fait le cours primaire en français.

L'évaluation met en évidence une confusion importante entre le français et l'anglais. Le sujet a l'impression de trahir sa langue maternelle et se sent rejeté de ses camarades anglophones et traître envers ses camarades francophones.

Nous optons pour la récupération en français et pour une école privée francophone - ancienne institution fréquentée par le père. Après une récupération de mai à septembre, il entre en 3e secondaire et terminera, sans aide extérieure, son cours secondaire en première place dans toutes les matières.

Le fait que le père accepte définitivement le choix du fils, renforcé par le correcteur, d'étudier dans sa langue maternelle et paternelle a favorisé la construction d'une démarche cohérente et une meilleure intégration sociale.

Exemple 4: Mir., élève au collégial, 20 ans, a réussi le 103 (calcul différentiel et intégral) et vient d'échouer pour la seconde fois le 203 (calcul intégral). Voici ce que nous observons lors de l'évaluation:

a) 24 x 12 = 48
b) 26/3 = 13
c) 63/7 refait la table 7 x 7
7 x 8
7 x 9
d) x + y = 12
et x = 12y
corrige:
x = -12y
e) - y - y = y^2
f)

$$\begin{array}{r|l} 256 & \underline{\;5\;\;\;\;} \\ 25 & 51,0? \\ \text{—} & \\ 006 & \\ 5 & \\ \text{—} & \\ 10 & \end{array}$$

Elle affirme que chaque fois que l'on abaisse 0 au dividende, il faut écrire 0 au quotient. Sur 200 questions, comprenant l'algèbre, les logarithmes, la géométrie et la trigonométrie, elle obtient 26,3%. Finalement, elle découvre qu'elle se sent obligée de suivre le 203 pour faire plaisir à son père (directeur d'une école secondaire) et pour rivaliser avec son frère aîné qui poursuit des études en sciences dites pures et qui est l'objet d'admiration du père.

Après trois heures d'analyse de sa perception et quarante-cinq heures de travail, elle obtint un résultat de 73%. Il s'agissait, d'une part, de décrystalliser sa perception et, d'autre part, de modifier la qualité de la langue mathématique. Cependant, qu'il s'agisse du langage ou de la langue, nous retrouvons, sous-jacente aux divers symptômes, une carence du raisonnement.

Le niveau de raisonnement

Le niveau de raisonnement présuppose, entre autres, un âge chronologique minimum. Demander à un enfant de cinq ans, d'opérer sur les nombres, est inutile puisqu'au départ il n'a pas la conservation du nombre. Les opérations mentales actives ne sont pas aussi nombreuses à cinq ou à sept ans qu'à 15 ou 17 ans. Cependant, au même âge, il existe des sujets dont le niveau de raisonnement est plus élevé.

Après une longue série d'expériences avec 82 déficients mentaux et des centaines de sujets «normaux» (adolescents et adultes), nous avons constaté qu'en utilisant une intervention spécifique, les déficients mentaux progressaient et les autres aussi. Cependant, le groupe des déficients mentaux ne parvenaient pas au niveau préformel, tandis que les autres accédaient au moins à la combinatoire.

Dans les deux cas, nous avons analysé la différence après plusieurs mois. Les déficients mentaux ne progressaient plus contrairement aux autres.

Pour expliquer ce phénomène, nous supposons qu'il existait des opérations actives (ou activées) et des opérations latentes (non actives) plus nombreuses dans le groupe régulier que chez les déficients mentaux. Chez ces derniers, dès que le nombre restreint d'opérations latentes est activé, le sujet stagne. Par contre, les sujets qui disposent d'un plus grand nombre d'opérations latentes continuent de constituer des systèmes et de coordonner des opérations.

Le raisonnement peut se définir par le nombre d'opérations actives et le degré de mobilité de ces opérations. Le niveau de raisonnement est un préalable aux exercices scolaires et la mobilité optimale des opérations offre une meilleure chance de réussite.

La mobilité des opérations actives

Nous parlons souvent de la prise de conscience des opérations afin de pouvoir les utiliser à des fins scolaires, en particulier. Cependant, cette prise de conscience est difficile à prouver. De fait, ce que nous mesurons lors d'une évaluation, ce sont les opérations actives ou manifestes.

Il est évident qu'une «prise de conscience» consiste à activer des opérations latentes; processus connu sous le nom «d'abréaction». Kemper (1965, p. 85-193) cite une longue liste de moyens qui facilitent ce processus. Ces moyens alternent entre le langage et la langue, avec une prédominance pour l'usage du premier.

Bien qu'il soit difficile de préciser le sens de la mobilité, nous allons tenter d'en donner une illustration: face à un problème, un sujet ne trouve qu'une solution, un deuxième en trouve cinq et un troisième trouve aussi les cinq solutions, mais également la meilleure parmi les cinq. En conclusion, nous pouvons dire que le troisième est plus mobile que les deux autres. Pour réaliser cette performance, il doit disposer d'un plus grand nombre d'opérations mentales et être en mesure de combiner ces opérations entre elles.

La mobilité des opérations est donc un préalable à la compréhension et non l'inverse. L'heuristique de Polya, mentionnée dans tous les livres de mathématique, est une ineptie, car «comprendre un problème» suppose plus qu'un souhait. En effet, enseigner une stratégie ou une procédure revient à enseigner un contenu.

S'il est important de disposer d'un niveau de raisonnement associé à un maximum de mobilité des opérations mentales, il est également important de reconnaître le sens des éléments utilisés dans la représentation graphique.

La connaissance du sens des éléments utilisés dans la représentation graphique

Une langue est construite sur le plan sonore puis traduite par l'écriture. La langue écrite traduit également un sens singulier propre à l'individu. L'élément graphique (mot, signe) doit constituer à la fois le produit d'une construction singulière et le début d'une utilisation contextuelle plus large. Cependant, le sens de l'élément est souvent latent et le sujet utilise l'élément désincarné de son sens, ce qui entraîne l'anarchie lors de son utilisation dans un contexte plus organisé. Cette indifférenciation de sens fait que l'élément demeure flottant et isolé. Dans les opérations sur les nombres relatifs, lorsque le sujet doit effectuer $-2 + -3$, il est souvent nécessaire de relier une situation singulière à l'opération présentée pour qu'elle ait un sens pour le sujet. Par exemple, en traduisant: «Si tu perds deux dollars et que tu perdes trois dollars de plus, quel sera le résultat»? Ainsi, nous passons de la représentation d'un sens singulier pour revenir au sens contextuel.

L'enfant ne peut découvrir seul les signes et le sens qui leur est attribué dans un contexte organisé par d'autres. Cependant, l'enfant ne peut opérer sans la connaissance du sens de ces signes ($+$, $-$, x, $\div$, $\sqrt{\ }$).

Par conséquent, l'enseignant doit en instruire l'enfant tout en raccordant le signe au sens singulier et contextuel. Il en sera ainsi pour les normes ou les conventions. Un signe n'implique aucune compréhension, seul le sens en nécessite une.

L'étudiant doit être en mesure de décoder la phrase mathématique avant d'opérer des transformations. Hélas, il demeure très souvent dans un état d'indifférenciation aussi bien pour la mathématique que pour sa langue maternelle. Cet état d'indifférenciation est étroitement lié au fait que le signe (sonore ou visuel), n'est pas associé à un sens contextuel de la langue.

Le meilleur moyen d'empêcher le progrès de l'individu, c'est de le maintenir dans «l'anarchie de sens», soit par un bombardement d'informations, soit par l'indifférenciation envers son travail.

Dans le premier cas, la quantité d'informations favorise la mémorisation au lieu de la compréhension. Dans le second, l'indifférenciation envers le travail du sujet entraîne chez ce dernier, l'illusion de la compréhension par la note attribuée, qui sanctionne la performance et non la démarche.

Examinons maintenant ce que la rééducation peut apporter à la pédagogie et à la didactique.

De la rééducation à la pédagogie

Tous les rééducateurs ayant une double formation (mathématique et psychologie) utilisent la verbalisation du sujet et l'action sur l'objet (mathématique, français, anglais, etc.). Ils ont également en commun une intervention «interrogative».

Le contenu mathématique ne se réduit pas aux opérations et aux règles, mais aussi à un contexte éducatif, aussi bien au niveau des procédures que des représentations (Slama-Cazacu, 1986, p. 76).

Le principal travail de l'éducateur ou, à défaut, du rééducateur, consiste à dégager les opérations mentales du magma de sens indifférenciés dans lequel elles se trouvent.

Pour opérer le dégagement des opérations du sens singulier où elles se trouvent engluées, le rééducateur, selon sa formation, utilise l'interrogation, la contradiction, les principes psychanalytiques ou thérapeutiques. Il s'agit en fait d'une intervention proche de la maïeutique.

Si les rééducateurs parviennent à sauver les enfants de l'échec, c'est qu'ils disposent d'une démarche pédagogique spécifique que les enseignants ne peuvent pas utiliser dans une classe. La démarche d'un sujet est unique et pour l'aider à passer du langage à la langue, l'intervention ne peut être qu'individuelle.

Nous avons démontré en 1975 qu'il y avait une relation entre le niveau opératoire et la performance en mathématique (Auger, 1975). En 1980, nous avons résumé les résultats d'une recherche qui indiquait clairement que l'intervention «interrogative» simultanément avec l'action sur des opérations mathématiques provoquait un accroissement de la performance, de la compréhension et du niveau de raisonnement (Auger, 1980).

La manière d'intervenir dans la situation active permet au sujet de sortir du magma de sens (Baruk, 1986, p. 26-42), de l'engluage où il se trouve sans qu'il soit obligé de faire un transfert au sens psychanalytique. L'intervention porte sur l'objet médiateur (la mathématique) et sur le sens attribué aux composantes de cet objet.

Dans la plupart des cas que nous avons rééduqués, il n'est pas nécessaire d'intervenir sur le sens singulier, car cela met le sujet dans une position conflictuelle et le place comme objet dans cette relation. Généralement, l'objet médiateur doit demeurer «la mathématique».

L'intervention sur le sujet, particulièrement à l'adolescence, peut avoir des effets néfastes pour la relation avec ses camarades. Tel est le cas d'un adolescent de 15 ans qui, après avoir avoir été l'objet de l'intervention, trouvait que ses amis vivaient dans un monde émotif et se demandait s'il n'était pas mieux avant. D'un autre côté, disait-il: «j'aime l'école, je ne m'absente plus et je ne veux plus la quitter pour aller travailler».

Le travail que nous avions fait en prenant la langue comme instrument et le langage comme objet l'avait conduit à un niveau de raisonnement élevé, dissous de nombreuses illusions et permis la construction d'une langue mathématique dégagée du sens singulier. Il est essentiel d'ouvrir de nouvelles voies en prenant comme cadre de référence l'activité inférentielle «et la régulation».

> Le rôle de l'activité inférentielle consiste à saisir la cohérence d'une succession d'énoncés et rétablir les enchaînements discursifs, le sujet doit procéder à des inférences, *i.e.*, reconstituer, à partir des données qui lui sont fournies, un certain nombre d'informations qui ne lui sont pas fournies explicitement, ce qui lui permet de rétablir les chaînons manquants entre énoncés (Nonnon, 1986, p. 69).

Cet aspect est important lors du passage de la lecture d'un énoncé à la mise en équation. Quant à la régulation définie par Piaget comme étant un «contrôle rétroactif qui maintient l'équilibre relatif d'une organisation en voie de construction» (Nonnon, 1986, p. 71), elle est sous-jacente à toute action rééducative.

Nous devons donc envisager que l'intervention polarisée ou contradictoire entraîne une libération des opérations latentes et, par conséquent, une réorganisation des perceptions avec pour résultat, un comportement différent. L'échange linguistique, à niveau variable, contribue à la structuration de l'expérience par les conflits qu'il introduit entre les catégories linguistiques (de la langue) et les catégories de l'expérience (langage). La contradiction oblige l'enfant à réorganiser sa représentation de l'expérience et à opérer une «intégration fonctionnelle» (Nonnon, 1986, p. 72).

La polarisation étant peu utilisable dans une salle de classe, reste l'intervention contradictoire en fonction du niveau à atteindre, c'est-à-dire la langue formelle: cela présuppose le niveau formel chez l'enseignant.

Conclusion

De nombreuses recherches effectuées depuis quatre décennies portent sur les difficultés d'apprentissage de la langue mathématique. Ces travaux amènent un éclairage intéressant, mais le lien entre les dimensions analysées n'est pas évident. Seul le monde de la rééducation tient compte de l'existence de facteurs multiples pouvant influencer la compréhension et l'incompréhension de la langue mathématique. Nous avons donc tenté de trouver le fil directeur qui relie le sujet à la langue mathématique.

Ainsi, nous ne pouvons nier le fait que l'enfant soit imprégné dès sa naissance par la notion de quantité, associée à une série de situations plus ou moins émotives; et qu'en même temps, il construit un moyen de communication (ou d'expression) indissociable des deux facteurs précités.

Ce moyen de communication (le langage) est d'abord et avant tout un mode d'échange indifférencié propre à la relation entre l'enfant et sa mère. En fait, le langage est une reproduction, une expression inconsciente dont le sens est indifférencié et singulier. La langue, au contraire, est organisée, consciente, nuancée et commune aux interlocuteurs par son sens et son emploi.

Pour que le langage devienne une langue, le sujet doit disposer d'opérations mentales et d'une certaine mobilité de ces opérations. Hélas, tout ceci est construit inconsciemment.

Jusqu'à maintenant, nous n'avons rien qui puisse permettre d'établir un lien avec la langue mathématique. Cette chose qualifiée d'idéogrammique ou figurative et qui est présentée à l'enfant comme une langue courante, voire vivante, est aussi inaccessible à l'enfant qu'une langue étrangère. L'enfant ne peut donc accéder à cette langue bizarre, sans éliminer le sens singulier qui n'appartient pas à la langue.

L'accession à la langue (naturelle, mathématique ou étrangère) ne peut s'opérer sans éliminer le langage et sans une intervention qui rende actives les opérations latentes. Ce passage ne peut s'effectuer que par une intervention spécifique mise au point par les approches thérapeutiques ou rééducatives.

RÉFÉRENCES

Auger, J., *La Correction individuelle des difficultés d'apprentissage en mathématique au niveau des secondaires III, IV et V*, Thèse de doctorat, Université de Montréal, 1980.

Auger, J., *Les Déterminants du succès et de l'échec en mathématique*, Mémoire de maîtrise, Université de Montréal, 1975.

Avanzini, G., *L'Échec scolaire*, Paris: Éditions Universitaires, 1967.

Baruk, S., La Faute à qui?, *Le Monde de l'éducation*, no 131, 1986, p. 36-41.

Bergeron, J. et N. Herscovics, La Formation des enseignants à l'analyse conceptuelle en didactique de la mathématique, *Revue des sciences de l'éducation*, vol. VIII, no 2, 1982, p. 293-311.

Gattuso, L. et R. Lacasse, Le Vécu des mathophobes, *Bulletin AMQ* (Association mathématique du Québec), vol. XXVII, no 2, mai 1987, p. 33-35.

Kemper, K.A., L'Interprétation par allusion, *Revue française de psychanalyse*, vol. 29, no 1, 1965, p. 85-103.

Legault, L., L'Échec en maths: un appel à l'aide?, *Réseau* (Le magazine de l'Université du Québec), vol. 17, no 2, 1985, p. 12-13.

Mucchielli, R., *La Dyslexie*, Paris: Éditions Sociales Françaises, 1968.

Nimier, J., *Mathématique et affectivité: une explication des échecs et des réussites*, Paris: Stock, 1976.

Nonnon, É., Interactions verbales et développement cognitif chez l'enfant - Aperçu des recherches psycholinguistiques récentes en langue française, *Revue française de pédagogie*, no 74, 1986, p. 53-86.

Slama-Cazacu, T., Le Problème du langage dans la conception de l'expression et l'interprétation par des organisations textuelles, *Langage et contexte*, Mouton: L. Co's-Gravenhage, 1961, p. 19-25.

Weyl-Kailey, L., *Victoire sur les maths*, Paris: Robert Laffont, 1985.