

## La formation fractale des tissus urbains

Pierre Frankhauser

Volume 42, numéro 117, 1998

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/022764ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/022764ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Département de géographie de l'Université Laval

ISSN

0007-9766 (imprimé)

1708-8968 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Frankhauser, P. (1998). La formation fractale des tissus urbains. *Cahiers de géographie du Québec*, 42(117), 379–398. <https://doi.org/10.7202/022764ar>

Résumé de l'article

L'article développe la question de savoir dans quelle mesure l'approche fractale représente un apport nouveau permettant de reconstituer la morphologie des tissus agglomérés. L'approche fractale introduit un nouveau paradigme pour concevoir la façon dont de tels tissus répondent à des critères d'optimisation. Sont explicitées les méthodes d'analyses de dilatation et radiale, ainsi que la reconstitution des courbes du comportement scalant. Ces méthodes complémentaires sont appliquées à des études de divers cadres densément bâtis: vastes zones métropolitaines et agglomérations de taille moyenne en Franche-Comté.

---

# La formalisation fractale des tissus urbains<sup>1</sup>

**Pierre Frankhauser**

CNRS

Université de Franche-Comté

Besançon

## Résumé

L'article développe la question de savoir dans quelle mesure l'approche fractale représente un apport nouveau permettant de reconstituer la morphologie des tissus agglomérés. L'approche fractale introduit un nouveau paradigme pour concevoir la façon dont de tels tissus répondent à des critères d'optimisation. Sont explicitées les méthodes d'analyses de dilatation et radiale, ainsi que la reconstitution des courbes du comportement scalant. Ces méthodes complémentaires sont appliquées à des études de divers cadres densément bâtis : vastes zones métropolitaines et agglomérations de taille moyenne en Franche-Comté.

**Mots-clés :** géométrie fractale, logique multifractale, courbes du comportement scalant, tissus agglomérés, Franche-Comté (France).

## Abstract

### Fractal Formalization of Urban Patterns

The article concerns the fractal approach as it can bring new results making more understandable the morphology of agglomerate urban patterns. A new paradigm is developed, in order to improve the study of urban organizations according to optimization criteria. Specific fractal and multifractal methods are explicitated and applied to the knowledge of some big metropolitan areas and towns in Franche-Comté (France).

**Key Words :** fractal geometry, multifractal logics, courbes du comportement scalant, agglomerate urban patterns, Franche-Comté (France).

---

adresse postale : THEMA - CNRS, Université de Franche-Comté  
32, rue Mégevand, 25030 Besançon, France  
courriel (e-mail) : pierre.frankhauser@univ-fcomte.fr

---

---

## GÉOMÉTRIE ET ESPACE URBAIN

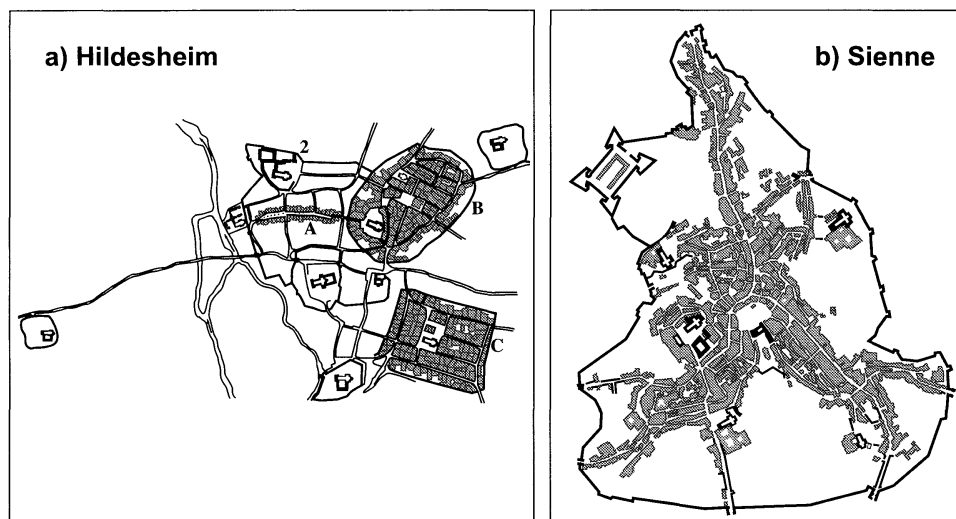
La géométrie euclidienne est généralement utilisée pour formaliser la description de l'espace dans lequel nous vivons. Ce type de géométrie nous permet de distinguer les points, les lignes, les surfaces et les volumes. Cette distinction paraît transcrire directement l'expérience quotidienne : l'homme se déplace dans une dimension. Or l'espace dans lequel il doit s'orienter et qu'il doit en partie s'approprier est (au moins) surfacique et donc de dimension deux. Les réflexions et les modèles qui servent à caractériser l'habitat humain recourent également à cette géométrie euclidienne, même si le choix des références géométriques dépend souvent du contexte et de l'échelle considérée. Si on ne s'intéresse qu'à situer, sur un plan, une ville par rapport à d'autres, on aura tendance à faire abstraction de la forme réelle de l'objet géographique qu'est cette ville. Dans un tel contexte, on représentera une ville par un point et le réseau routier par des lignes : ce sont les arcs et les nœuds dans la théorie des graphes. Mais, si nous nous intéressons à la réalité de l'occupation du sol, notamment à une échelle fine, les éléments du tissu urbain, bâtiments et rues, sont représentés par leur surface. C'est le cas des plans cadastraux.

Un bâtiment ou même une voirie sont des phénomènes géographiques faciles à délimiter. Cette procédure paraît moins évidente pour des entités spatiales qui sont définies intrinsèquement par leurs fonctions socio-économiques. Définir l'emprise spatiale d'une ville est beaucoup plus délicat, ce que montrent les débats sur la délimitation des villes et les distinctions entre agglomération et aires urbaines. On pourrait penser que ce problème est une conséquence de l'éclatement des villes depuis la révolution industrielle. Et il est vrai que les villes anciennes étaient caractérisées à la fois par une enceinte et par un tissu bâti homogène qui pouvait être décrit facilement au moyen de la géométrie ordinaire : la densité *intra-muros* était assez constante et la bordure pouvait s'apparenter à une ligne. C'était aussi le cas pour les tissus réguliers des bastides en France, des *terre murate* en Italie ou des villes de colonisation en Europe de l'Est. De telles formes simples étaient souvent issues d'un acte volontaire unique et elles furent conçues selon des modèles géométriques simples. Mais, même pour ces villes, il existait déjà des éléments structurants tels que les axes de circulation, ainsi qu'une diversification fonctionnelle et sociale des quartiers, laquelle était étroitement liée à un symbolisme des lieux.

L'homme ne s'approprie pas l'espace de façon homogène. Il attribue aux divers lieux des fonctions et des valeurs symboliques différentes (Pellegrino, 1994). Ceci induit une diversification fonctionnelle qui se manifeste par une complexification progressive de l'organisation spatiale des villes. Ce phénomène est renforcé dès qu'il existe une compétition entre plusieurs acteurs politiques et économiques, ce que confirment les travaux de Desmarais (1995). La figure 1 présente deux exemples de villes anciennes où la présence de plusieurs pouvoirs, politique, religieux et économique, a fait apparaître un tissu urbain constitué, dans un premier temps, de plusieurs éléments distincts localisés selon des critères particuliers (fig. 1a), et qui se sont joints et agglomérés sous une forme tentaculaire au cours de l'évolution ultérieure (fig. 1b).

À partir de la révolution industrielle, un développement rapide de l'occupation a fait émerger des formes agglomérées de plus en plus irrégulières. L'étalement urbain est encore renforcé depuis l'apparition de moyens de transport qui permettent aux habitants d'avoir quotidiennement accès à un espace de plus en plus étendu. Cette possibilité de se déplacer facilement serait sans intérêt pour un résident si l'offre d'activités et de services était identique dans toutes les parties de l'aire accessible : une simple accumulation de quartiers résidentiels de même type n'enrichirait pas l'offre. Il paraît cependant plus bénéfique pour un résident d'avoir à la fois la possibilité de trouver dans la proximité de son domicile des services banals et de pouvoir se rendre facilement à un hypermarché offrant une large gamme de produits. En revanche, ce même individu ne souhaiterait pas habiter au voisinage immédiat de cet hypermarché, esthétiquement peu attrayant et dont la présence induit un trafic gênant. Le résident accepterait une distance plus importante pour accéder à ce type de service, tout en trouvant une solution pour s'y rendre plus rarement qu'aux magasins de proximité. Cet exemple montre que la diversification de l'offre est étroitement liée à une organisation de la vie quotidienne qui recourt à plusieurs échelles de temps et d'espace. Ceci implique l'existence d'un organisme urbain composé de plusieurs niveaux hiérarchiques.

**Figure 1** Les tissus bâtis de Hildesheim et de Sienna



À gauche, le tissu de la ville de Hildesheim au 13<sup>e</sup> siècle. On distingue un bourg primitif A à proximité du siège épiscopal carolingien et de la cathédrale (2). À ce bourg se sont ajoutées deux cités (B, 12<sup>e</sup> siècle et C, 13<sup>e</sup> siècle). Plus tard, une enceinte commune entourera l'ensemble des habitats et des édifices religieux. À droite, le plan de Sienna vers la fin du Moyen Âge. Le tissu bâti paraît assez irrégulier. On distingue une croissance tentaculaire le long des rues principales. En réalité, la ville est aussi constituée de plusieurs bourgs, à l'origine assez éloignés les uns des autres (Braunfels, 1977).

La diversité des souhaits des résidents ne concerne pas uniquement le construit. Il existe aussi des revendications qui se réfèrent aux domaines « vides » : stationnements, espaces verts, équipements sportifs, etc. Ce phénomène se manifeste sous une forme particulière dans les zones périurbaines. Dans celles-ci, la population veut à la fois profiter de la proximité d'une offre plutôt urbaine (magasins spécialisés du centre-ville, théâtre) et d'un environnement qui lui donne au moins l'impression de vivre dans un paysage rural, même s'il s'agit d'une « nature artificielle » (Dubois-Taine et Chalas, 1997). Les critères selon lesquels le résident qualifie ce paysage-décor sont également liés à des phénomènes multi-échelles. Il ne s'agit plus seulement d'avoir un jardin individuel derrière la maison, mais de bénéficier d'une vue sur un paysage à plusieurs plans, meublé d'éléments qui se situent sur une multitude d'échelles. L'écrivain allemand Tucholski a résumé cette ambiguïté : « C'est bien cela que tu voudrais; une villa au vert avec une grande terrasse, à l'avant la mer Baltique, à l'arrière la Friedrichstrasse (grande avenue à Berlin) avec une belle vue, site à la fois campagnard et prestigieux et l'on verra la Zugspitze (le plus haut sommet des Alpes Bavaroises) de la salle de bain » (Humpert, 1990). Les terrains situés en bordure de la surface bâtie satisfont le mieux de telles aspirations. Ils font partie de l'agglomération et bénéficient aussi de la proximité du paysage ouvert.

L'interpénétration des utilisations du sol, qui se manifeste à plusieurs échelles et qui caractérise l'organisme urbain, semble bien répondre aux divers souhaits de la population. L'émergence de tissus urbains complexes apparaît ainsi comme le résultat d'un très grand nombre de décisions individuelles. Les agents sont apparemment prêts à défendre leurs intérêts, éventuellement en formant des groupes de pression. Il n'est donc pas surprenant que les urbanistes et les architectes, qui proposent une densification du bâti, soient « presque systématiquement confrontés à des protestations d'associations de protection de quartier ou d'écologistes » (Fouchier, 1995). L'urbaniste Frank constate que « le processus de dissolution [des agglomérations] défie tout contrôle de l'aménageur au moins sous les formes d'organisation politique actuellement connues » (1987). Nous pouvons concevoir un tel phénomène comme un processus synergétique d'auto-organisation : un certain nombre d'agents coopèrent et défendent un intérêt devenu collectif, non pas à une échelle individuelle, mais à l'échelle supérieure d'une collectivité. La réaction endogène, à l'intérieur d'un groupe par rapport à une intervention exogène, fait donc apparaître un phénomène d'organisation à une échelle supérieure du système social.

Si nous interprétons l'émergence des tissus urbains dans cette optique, l'organisation spatiale des agglomérations apparaît comme le résultat, d'une part, d'un compromis collectif qui respecte certains critères d'optimisation — ce qui n'exclut pas une mise en cause ultérieure de ce compromis — et, d'autre part, d'un compromis entre ces souhaits collectifs et les objectifs des décideurs. En conséquence, les tissus urbains devraient être l'expression spatiale de ces compromis (proximités des zones vertes, donc éclatement du bâti; nombre élevé de maisons en bordure de la ville, donc tendance d'allongement des périmètres d'agglomération). Les tissus urbains sont moins « amorphes » qu'ils ne paraissent.

---

On devrait pouvoir y découvrir certaines caractéristiques morphologiques qui transcrivent un type particulier d'ordre interne. Or l'utilisation de mesures géométriques euclidiennes n'a pas permis de déceler un tel ordre.

Il convient donc de rechercher un autre modèle de référence géométrique mieux adapté à la description de telles structures complexes. Il s'est avéré jusqu'à présent que la seule approche alternative de caractère véritablement géométrique est la *géométrie fractale*. Le physicien Nicholis résume assez bien son intérêt particulier : « les objets fractals représentent un nouveau modèle de structures complexes issues cependant de mécanismes relativement simples » (1985). L'approche fractale s'est révélée pertinente pour une grande variété de domaines scientifiques, en particulier quand il s'agit de décrire la morphologie des textures à une multitude d'échelles (phénomènes de transitions de phase, surface de matériaux, surface des alvéoles pulmonaires).

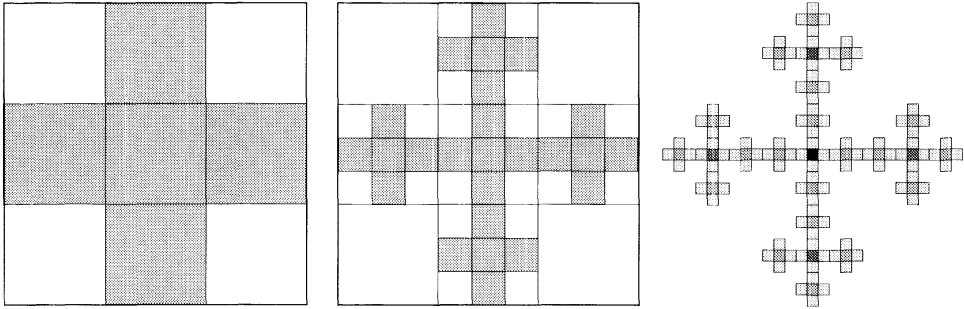
Si cette géométrie a permis de découvrir, dans ces divers domaines, des principes d'ordre interne non connus auparavant, il existe aussi des raisons plus particulières qui semblent plaider en faveur de son utilisation en démographie et en géographie urbaine. La géométrie fractale transcrit une organisation hiérarchique dans un système spatial selon une logique particulière, celle de la loi de Pareto-Zipf. Rappelons qu'une telle distribution hyperbolique est connue dans le système de peuplement. La distribution rang-taille des villes en est un exemple. On retrouve aussi une telle loi pour les surfaces construites à l'échelle des agglomérations. Nous avons défini des classes de taille pour les villes en fonction de leur surface bâtie et nous avons dénombré les villes dans chaque classe. Pour des agglomérations fragmentées comme Stuttgart, Moscou, Berlin ou Pittsburgh, on vérifie l'existence d'une telle loi de distribution hyperbolique (Frankhauser, 1994).

Des analyses ont aussi confirmé l'existence d'un type particulier d'organisation spatiale dans les agglomérations. Des études comparatives menées pour une soixantaine de zones métropolitaines ont montré qu'il existe une proportionnalité entre la surface bâtie de ces zones et leur périmètre. Ce phénomène est en contradiction avec la géométrie traditionnelle, mais il peut être expliqué par la géométrie fractale (*ibid.*).

## UNE APPROCHE DIFFÉRENTE DE L'ESPACE : LA GÉOMÉTRIE FRACTALE

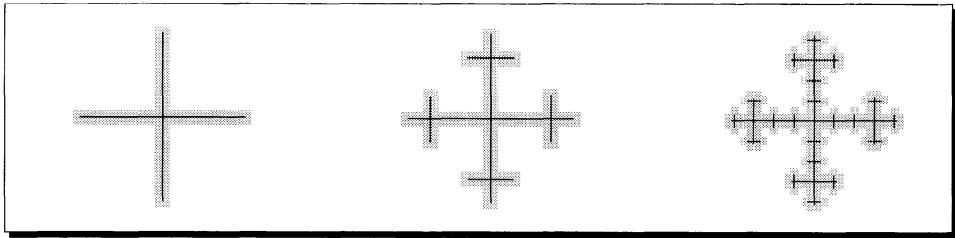
Les formes euclidiennes peuvent être décrites par des mesures, tel le périmètre qui les situe à une seule échelle d'observation (échelle métrique, kilométrique, etc.). Ce n'est plus le cas pour les objets fractals. On y trouve le même type d'éléments géométriques, dans le cas idéal, à une variété illimitée d'échelles. Or il existe une loi de distribution bien définie qui indique le nombre d'éléments que l'on trouve à chaque échelle. Cette loi reflète une organisation hiérarchique à l'intérieur de l'objet fractal, phénomène qui est souvent désigné comme « homothétie interne » ou « auto-similarité ». Nous illustrons ce phénomène par un type de fractale qui nous servira de référence pour l'étude des tissus urbains, les tapis de Sierpinski (fig.2a).

**Fig. 2a** La construction d'un tapis de Sierpinski par itération



Dans la troisième figure, les points d'intersection des branches sont identifiées selon leur position hiérarchique.

**Fig. 2b** Une itération similaire qui génère un réseau de plus en plus ramifié



On obtient une telle fractale en remplaçant une figure initiale par un nombre  $N$  de répliques réduites d'un facteur  $r$ . Ce générateur est ensuite appliqué de façon itérative. La figure 2a montre les premières étapes d'une telle procédure. Celle-ci agrandit à chaque étape la part non occupée de la surface. Ainsi, on obtiendrait, si l'itération tendait vers l'infini, un ensemble dont la surface tendrait vers zéro. Or, cette progression de la surface non occupée se fait de façon particulière : la taille des carrés vides qui s'ajoutent est à chaque fois réduite par le facteur  $r$  tandis que leur nombre est multiplié par  $N$ . Ce qui fait apparaître une distribution hiérarchique dans l'ensemble  $H$  des espaces vides dès la deuxième étape (fig. 2a). Les éléments de cet ensemble  $H$  sont désignés comme lacunes.

La distribution hiérarchique des lacunes provoque une répartition non-homogène de la part occupée  $B$  de la surface. Celle-ci se manifeste par l'émergence d'agrégats. En revanche, on vérifie que la longueur totale de la bordure de l'ensemble  $B$  croît à chaque étape et tend vers l'infini, ce qui semble indiquer qu'elle est d'une dimension supérieure à celle d'une courbe linéaire telle un cercle, c'est-à-dire de dimension  $un$ .

Les notions de longueur et de surface paraissent mal adaptées à la description de tels objets. On a cherché à élargir le concept de la géométrie habituelle pour trouver des moyens de quantifier ces ensembles en revendiquant qu'il existe une mesure dont la valeur  $L$  reste constante au cours des itérations et qui caractérise la masse de l'ensemble considéré :

$$L = N_n \cdot l_n^D = \text{const} \quad (1)$$

où  $N_n$  est le nombre d'éléments à l'étape  $n$ ,  $l_n$  leur taille et  $D$  un paramètre qui doit garantir que  $L$  soit constant. En prenant le logarithme de cette relation on obtient :

$$\log N_n = \log \text{const} - D \log l_n \quad (2)$$

Il existe donc une relation linéaire entre le nombre d'éléments  $N_n$  et leur longueur de base  $l_n$ . Pour une itération, on vérifie que  $N_n = N^n$  et  $l_n = L \cdot r^n$  où  $L$  est la longueur de la figure initiale. En introduisant ces relations dans l'équation (1) et en posant  $L = L^D$ , il est possible de déterminer le paramètre  $D$  :

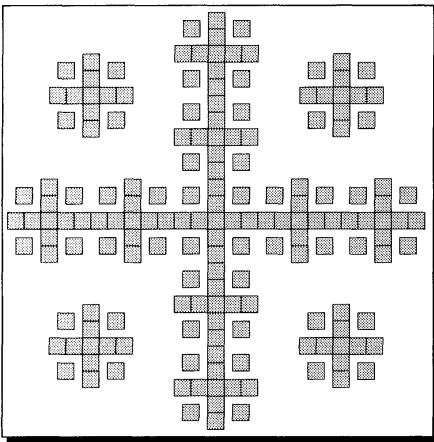
$$D = - \frac{\log N}{\log r}$$

qui est désigné comme dimension fractale. Ce paramètre décrit de quelle manière le nombre d'éléments  $N_n$  à l'étape  $n$  dépend de leur taille  $l_n$ . Il caractérise la hiérarchie énoncée.

Dans le cas présenté sur la figure 2a, on obtient  $D = 1,47$  aussi bien pour le périmètre que pour la surface. La longueur du périmètre croît par itération de manière surproportionnelle par rapport à un objet géométrique ordinaire, tandis que la surface est de plus en plus dominée par les lacunes.

Notons que, pour des objets géométriques euclidiens, on obtient comme dimension fractale les valeurs habituelles de deux pour des surfaces et de zéro pour un point isolé. La géométrie habituelle apparaît ainsi comme cas limite de la géométrie fractale.

**Figure 3** Un tapis de Sierpinski dans lequel la position de certains éléments (carrés), hors d'un agrégat principal, fait émerger une hiérarchie d'agrégats au cours de l'itération



Dans l'exemple de la figure 3, l'itération engendre obligatoirement une hiérarchie dans la distribution des lacunes, tandis que les éléments occupés sont, à chaque étape d'itération, de même taille. Il est possible de générer des fractales qui présentent une hiérarchie dans les éléments occupés. Comme pour les lacunes, cette hiérarchie suit une loi de distribution hyperbolique ou parétienne caractérisée par un exposant déterminé par les paramètres de l'itération (Frankhauser, 1997).

Les exemples présentés reposent sur l'utilisation d'un seul facteur de réduction, nous les désignons comme



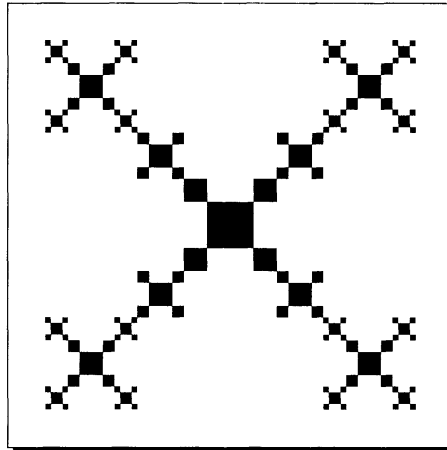
des « monofractales ». Mais il est possible de construire des objets fractals en introduisant plusieurs facteurs de réduction. Le générateur est alors constitué de  $N^{(1)}$  éléments réduits par un facteur  $r^{(1)}$ , de  $N^{(2)}$  par un facteur  $r^{(2)}$  et ainsi de suite. Les éléments occupés n'ont plus la même taille et, à partir de la deuxième étape d'itération, apparaissent des facteurs de réduction combinés du type  $r^{(1)} \cdot r^{(2)}$ . On obtient de cette manière un ensemble dont la taille des éléments occupés suit une organisation hiérarchique complexe (fig. 4).

Une telle structure multifractale ne peut plus être caractérisée par une seule dimension fractale. Elle est constituée de sous-ensembles de dimensions fractales différentes. Si l'on considère une telle structure dans son ensemble, la répartition des éléments peut être caractérisée par une série de paramètres  $D_q$  qui distinguent des sous-ensembles en fonction de la distribution hiérarchique des masses.

**Figure 4** Une structure multifractale générée sur la base de deux facteurs de réduction

Un autre type de paramètre, l'exposant de Lipschitz-Hölder  $\alpha$ , mesure la variation de la masse autour de chaque endroit occupé d'une structure. Il devient ainsi possible d'identifier les lieux pour lesquels on observe les mêmes valeurs. Un lien peut être établi entre les paramètres  $D_q$  et  $\alpha$  (Gouyet, 1992; Frankhauser, 1997).

Jusqu'à présent, nous n'avons distingué que des éléments occupés et non occupés. Il est possible d'introduire une formalisation multifractale qui permet d'attribuer un poids individuel aux différents éléments occupés. Cette procédure paraît intéressante pour modéliser l'intensité de l'utilisation du sol, par exemple la répartition de la population ou la hauteur des bâtiments (Le Bras, 1993; Frankhauser, 1997).



Tous les objets fractals présentés jusqu'ici sont issus d'itérations déterministes qui engendrent des structures d'aspect régulier. Étant donné que ce fait paraît gênant pour une application à des systèmes spatiaux réels, il est possible d'introduire des éléments aléatoires dans l'itération sans que l'organisation fractale du tissu obtenu soit affectée. On peut faire varier, à chaque étape d'itération, la position des éléments ou, dans une fourchette limitée, leur nombre. En modifiant les règles génératrices, on obtient en général une structure multifractale (Gouyet, 1992). Les structures ainsi obtenues ressemblent plutôt à des « taches d'huile » qui se rapprochent de la forme observée dans les textures réelles, par exemple des tissus urbains.

Même si une structure réelle suit dans son organisation interne une loi fractale, on ne peut s'attendre à ce que ce phénomène hiérarchique soit valable pour un nombre illimité d'échelles. Dans le cas d'une agglomération, on peut supposer

---

que l'échelle des bâtiments représente la limite inférieure pour laquelle un modèle fractal suscite de l'intérêt. Pour désigner une telle auto-similarité limitée, nous préférons parler de « comportement scalant ».

## LES MÉTHODES DE MESURE

Il n'est pas possible de recourir directement à une application itérée pour mesurer la fractalité des organisations empiriques. S'agissant de structures dont l'aspect est plutôt aléatoire, il est plus pertinent de concevoir des méthodes de mesure qui s'inscrivent dans une logique équivalente à celle de l'itération. C'est pourquoi on introduit une séquence de mesures à taille variable  $\varepsilon$  et, pour chaque valeur  $\varepsilon$ , on détermine le nombre d'éléments  $N_{(\varepsilon)}$  nécessaires pour couvrir la structure.

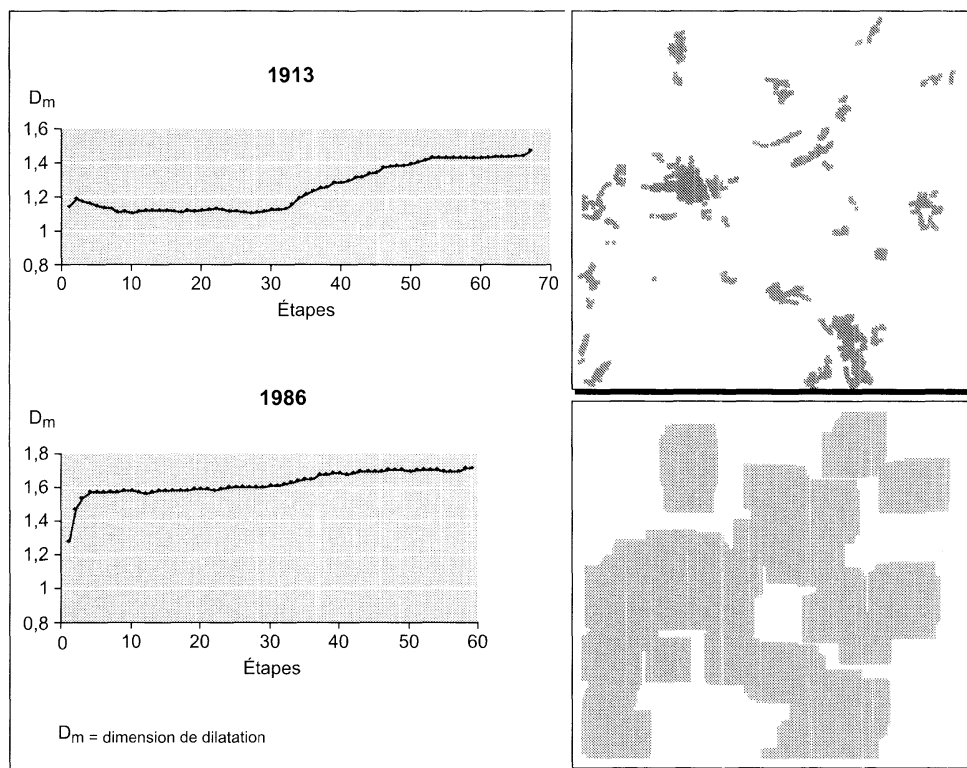
Il existe plusieurs méthodes de mesure basées sur ce principe. Nous nous bornons à présenter un exemple, l'analyse de dilatation. Elle consiste à entourer chaque point occupé par un carré ou un cercle dont la taille est progressivement agrandie. Pour une implantation sur l'ordinateur, l'utilisation d'un carré s'avère plus pertinente, puisqu'on limite les erreurs d'arrondis. Ainsi, les espaces vides disparaissent graduellement et cette perte progressive est caractérisée par une dimension fractale  $D_M$  désignée comme « dimension de dilatation ». Cette méthode globale permet de visualiser des changements dans l'organisation spatiale. Un changement de la dimension fractale révèle un phénomène de seuil. La figure 5 montre deux étapes de dilatation qui correspondent aux changements structurels apparus dans le tissu bâti de la région de Montbéliard en 1913 et en 1986.

Sur la figure 5, on remarque deux ruptures dans le comportement scalant. Les étapes de dilatation correspondantes sont représentées à droite. La première rupture (tissu correspondant en haut) se réfère aux distances intra-urbaines (rues) et la deuxième (tissu correspondant en bas) aux distances intercommunales moyennes.

Un autre type d'information est obtenu par l'analyse radiale. Elle transcrit une information sur l'organisation spatiale du tissu urbain dans le voisinage d'un endroit désigné comme « centre de comptage ». Pour réaliser ce type d'analyse, on entoure ce point d'un carré dont on élargit progressivement la taille  $\varepsilon$ . On obtient de nouveau une relation équivalente à l'équation (2). Pour une structure monofractale, la valeur de la pente est égale à la dimension fractale, tandis qu'elle correspond à l'exposant de Lipschitz-Hölder pour une structure multifractale.

L'analyse radiale s'approche de notre perception de l'espace urbain (François *et al.*, 1995). Elle rappelle la situation d'un observateur qui se positionne à un certain endroit dans une ville et qui élargit progressivement son champ de vision. La représentation logarithmique souligne cet aspect puisqu'elle fait ressortir davantage les phénomènes proches du centre de comptage, tout en globalisant l'information sur les zones plus éloignées. Rappelons à cet égard les réflexions menées par plusieurs auteurs sur le caractère non euclidien, hétérogène et anisotrope, de l'espace géographique (Reymond, 1981).

**Figure 5** Les courbes du comportement scalant de l'analyse de dilatation du bâti de Montbéliard en 1913 et 1986



Souvent, la forme des courbes est plus porteuse d'informations que les valeurs des dimensions. Si l'on cherche à étudier le comportement scalant en fonction de la distance au centre de comptage et surtout à mettre en évidence les changements de la loi fractale, il est pertinent de recourir à un autre mode de représentation. On représente sur un graphique la valeur locale  $\alpha(\varepsilon)$  de la pente en fonction de la distance  $\varepsilon$ . On constate alors que la valeur est influencée aussi bien par des changements du comportement scalant que par des phénomènes locaux :

- i) le premier type de changement se manifeste par un changement progressif de la valeur moyenne du paramètre  $\alpha$  dans une certaine fourchette de distances. Cela met en évidence une organisation multifractale du tissu urbain : la dilution progressive du bâti change en fonction de la distance au centre de comptage. Comme il est facile d'identifier sur le graphique la distance à laquelle on observe un tel changement, il est possible de déterminer ce rayon de segmentation sur la représentation cartographique du bâti (fig. 5);
- ii) en revanche, les perturbations locales apparaissent comme de simples variations autour d'une valeur moyenne dominante. Elles reflètent des phénomènes locaux dans le système spatial comme la présence de grands espaces vides. L'ampleur de ces fluctuations est un indicateur capable de

---

caractériser le degré d'ordre dans une telle structure : moins elles sont fortes, plus le comportement scalant est stable dans le tissu urbain.

Afin de mettre en évidence les changements structurels, nous avons éliminé les fluctuations au moyen d'un lissage gaussien. Cette forme de représentation des résultats peut aussi être utilisée pour l'analyse de la dilatation (fig. 5).

## MESURER LA MORPHOLOGIE URBAINE À PARTIR DE L'APPROCHE FRACTALE

Plusieurs auteurs ont mené des analyses fractales sur de vastes zones métropolitaines soumises à des représentations cartographiques simplifiées (par exemple 1 : 500 000) (Batty et Longley, 1994; White et Engelen, 1993; Frankhauser, 1994; François *et al.*, 1995). Des agglomérations plus petites, de même que des tissus intra-urbains, ont été également étudiés grâce à l'utilisation de données cartographiques détaillées (Frankhauser, 1997; Batty, 1996). Nous allons expliciter les résultats obtenus par l'analyse radiale et les courbes du comportement scalant appliquées à des agglomérations de l'Est de la France : Besançon, capitale régionale de 120 000 habitants, la conurbation de Montbéliard (environ 140 000 habitants), Dole et Lons-le-Saunier, villes d'environ 26 000 habitants, ainsi qu'à un certain nombre de villages environnants.

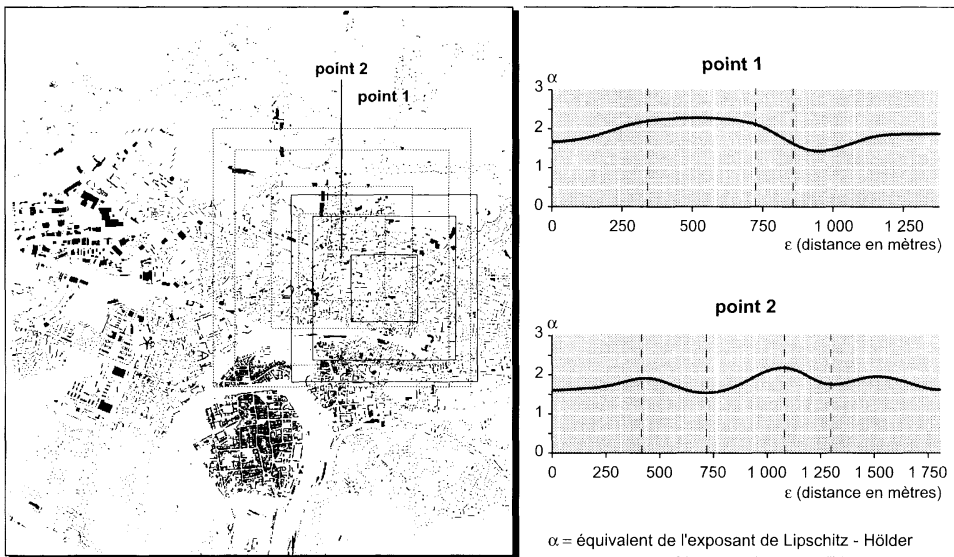
### LES RUPTURES INTRA-URBAINES DANS LES AGGLOMÉRATIONS

Les courbes d'analyse montrent qu'il existe des zones où le comportement scalant est constant, alors qu'il se modifie à d'autres endroits; les courbes étant moins régulières selon le site choisi comme point de comptage dans les zones transitoires. La figure 6 illustre le tissu bâti dans le nord de la couronne périphérique de Besançon, ainsi que les courbes du comportement scalant pour deux centres de comptage. Les cadres indiqués dans le plan signalent les ruptures dans les courbes. Certains de ces cadres, qui se réfèrent à des centres de comptage différents, se recoupent en partie. Ceci indique qu'il existe dans cette zone une rupture forte dans l'organisation spatiale du tissu bâti. Il paraît donc possible de tracer les limites de segmentation entre des zones ayant un comportement différent (Frankhauser, 1997).

Des analyses récentes sur la répartition de la population à l'échelle des îlots urbains pour Besançon, réalisées à partir d'une formalisation multifractale, ont permis de certifier que la fourchette des dimensions fractales transcrit localement le degré de complexité du tissu urbain. Ainsi, dans le centre-ville et pour la cité nouvelle de Planoise, les fourchettes sont beaucoup plus réduites, même si les valeurs indiquent une organisation spatiale différente de celle de certaines zones périphériques<sup>2</sup>.

Ces informations pourraient servir à construire des tissus fractals qui, dans leur organisation interne, seraient équivalents aux tissus observés. Les tapis de Sierpinski apparaissent comme le modèle de référence le plus adapté, puisqu'il concerne la répartition d'éléments de nature surfacique (par exemple des carrés) dans un espace. Nous avons essayé de transcrire l'aspect du centre de Besançon

Figure 6 L'analyse radiale pour deux centres de comptage dans le nord de la ville de Besançon



sous la forme d'un tapis de Sierpinski (fig. 7), en respectant approximativement la dimension fractale, ainsi que l'aspect lacunaire du tissu urbain conformément à une ressemblance qualitative. Les analyses fractales permettent donc de délimiter les zones selon leur comportement scalant, de comparer des tissus bâtis et de les classer.

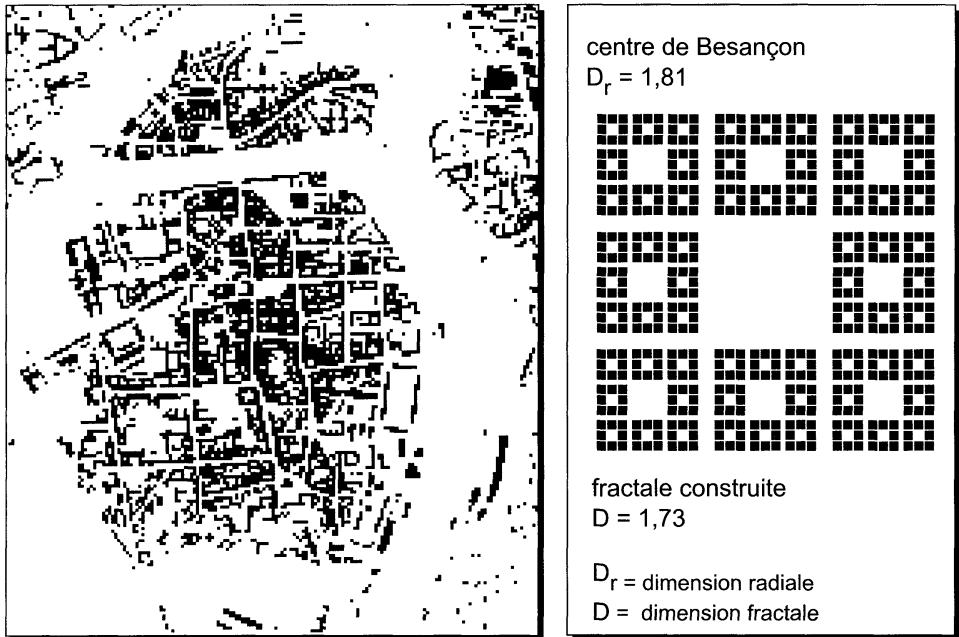
#### VERS UNE DÉTERMINATION FRACTALE DES CENTRES

L'étude du comportement scalant devient particulièrement intéressante quand on choisit des points de comptage situés au centre des noyaux urbains. Les courbes obtenues indiquent souvent une forme similaire et ce, pour des tailles de villes très différentes. Pour des villages, on observe soit des courbes très irrégulières, soit des courbes qui correspondent également au schéma des villes.

En s'éloignant progressivement du centre de comptage, on distingue le zonage suivant :

- i) le comportement scalant moyen reste assez constant. La valeur observée se situe autour de  $\alpha = 1,8$  ou s'approche de  $\alpha = 2$  pour des données cartographiques moins précises. Cette zone, dont la taille peut varier, correspond au noyau urbain. Le tissu tend donc vers l'homogénéité sans toutefois l'atteindre, de sorte qu'il subsiste une certaine organisation hiérarchique;
- ii) quand on atteint la limite de cette zone centrale, les valeurs de  $\alpha$  diminuent graduellement. On entre dans la zone transitoire, qui est plus ou moins étendue selon la morphologie de l'agglomération. Il y a un changement dans l'organisation spatiale à une certaine distance du centre;

Figure 7 Le noyau urbain de Besançon et une fractale théorique qui s'approche par sa disposition des espaces non bâtis de la structure observée



iii) suit une zone assez large qui correspond à la couronne périphérique de la zone urbanisée. La courbe est souvent d'une régularité surprenante. On observe donc un comportement scalant constant, mais la valeur de l'exposant  $\alpha$  est plus faible (fig. 8). Il s'agit d'une diminution régulière mais non linéaire de l'intensité du bâti;

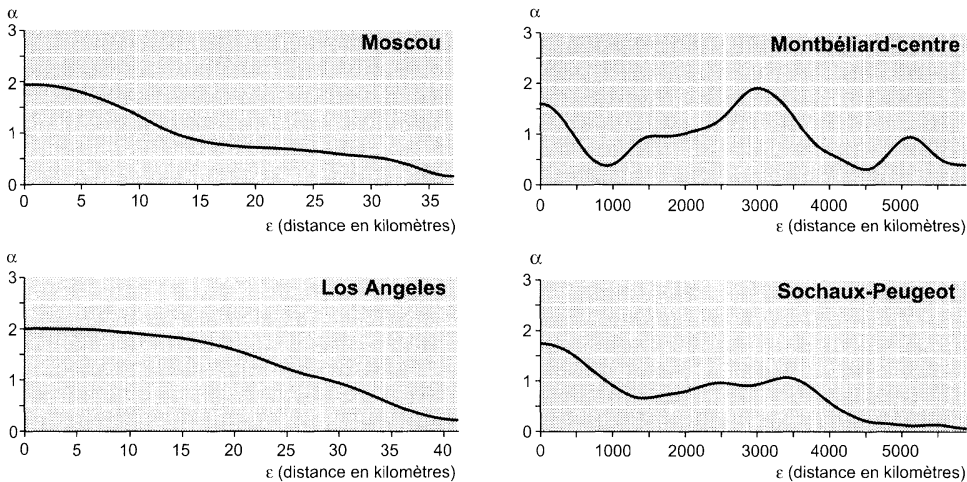
iv) vers l'extérieur apparaît de nouveau une zone transitoire, où la pente s'affaiblit graduellement et marque le passage vers un espace encore peu affecté par la croissance de l'aggrégat central.

À différentes échelles, l'organisation spatiale des tissus urbains paraît suivre le même principe d'ordre interne. Il s'agit d'un phénomène d'auto-similarité<sup>3</sup>.

La figure 8 compare des courbes obtenues pour des agglomérations de tailles très variées. Nous remarquons un grand nombre de courbes semblables, mais il existe aussi des cas particuliers.

Ainsi, pour Los Angeles, les valeurs de  $\alpha$  diminuent dans une fourchette de distance beaucoup plus importante et le palier de la couronne périphérique manque. Ce tissu est plus homogène que celui des villes européennes. La zone urbanisée est très étalée et une hiérarchie de villes ne s'est pas développée dans l'arrière-pays.

**Figure 8** Les courbes lissées obtenues pour des points de comptage situés au centre-ville de plusieurs agglomérations



$\alpha$  = équivalent de l'exposant de Lipschitz - Hölder

Dans le cas de la conurbation de Montbéliard, une agglomération de taille moyenne, on obtient pour le centre ancien une courbe dont l'aspect rappelle celle des quartiers périphériques. En choisissant l'usine Peugeot comme centre de comptage, la courbe ressemble à celles que l'on observe pour les centres-villes. Cette usine est donc devenue le centre de symétrie par rapport à la décroissance radiale de la densité du bâti.

Pour Audincourt, située au cœur de la conurbation, la courbe ne décrit pas les inflexions habituelles. Elle fait partie d'un réseau de villes qui composent un agrégat plus grand. Le fait de n'observer aucun changement important dans le comportement scalant montre que cet agrégat de villes suit, dans son ensemble, le même type d'organisation spatiale qu'un noyau central. L'analyse de dilatation confirme que l'ensemble de la conurbation constitue une structure hiérarchique dont Audincourt est le centre géographique. Le comportement scalant reste pratiquement constant même si on atteint, par la dilatation, l'échelle des distances intercommunales.

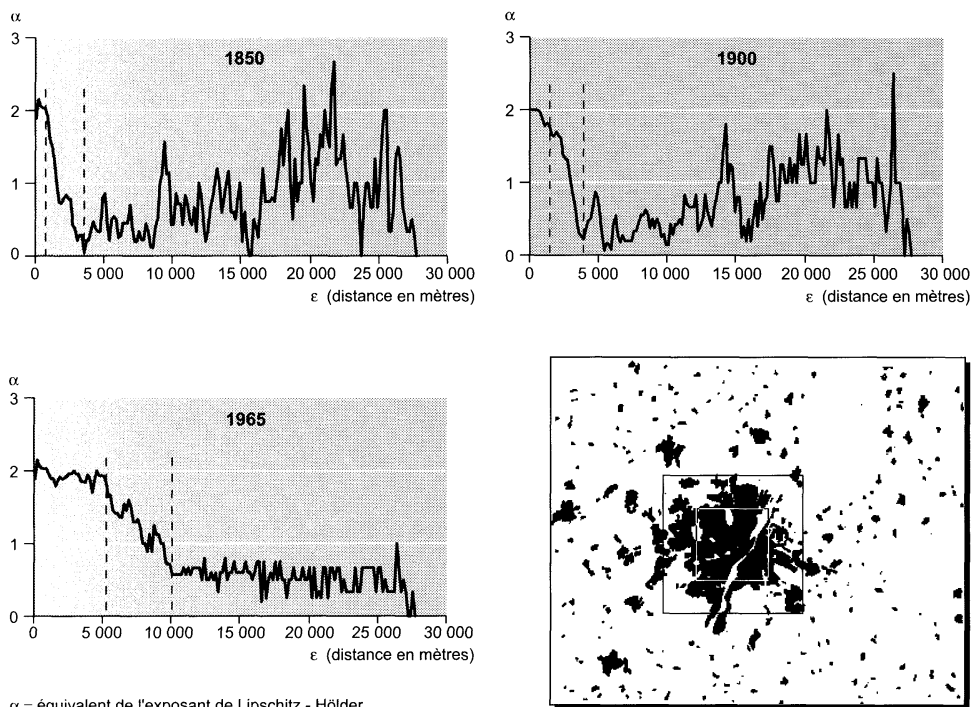
Enfin, la courbe de Planoise, cité nouvelle dans la périphérie de Besançon, décrit une allure similaire à celle des centres-villes. D'où son « indépendance spatiale », conforme aux intentions de ceux qui l'ont conçue comme une entité propre, située hors de l'influence directe du noyau urbain<sup>4</sup>.

## LA MORPHOGENÈSE DES AGGLOMÉRATIONS

Afin de mieux comprendre l'émergence des tissus urbains, nous avons réalisé des analyses radiales selon des points de comptage situés dans le noyau ancien de certaines villes. Pour différentes périodes, les courbes du comportement scalant permettent de distinguer deux phénomènes :

- i) les variations des valeurs  $\alpha$  sont souvent plus fortes au début de l'évolution, en particulier pour les zones qui se trouvent assez loin du centre. Ceci s'explique par une forte influence des agglomérations qui forment l'auréole polarisante voisine. Ces perturbations s'atténuent au cours du temps et sont remplacées par un palier indiquant l'apparition d'une zone de proche périphérie;
- ii) la zone transitoire entre le noyau et la zone de proche périphérie s'élargit progressivement et les valeurs  $\alpha$  obtenues pour les zones marginales s'approchent graduellement de celles du noyau, toujours inférieures à deux. La répartition de la surface bâtie ajoutée suit donc de plus en plus le même principe qu'à l'intérieur de l'agrégat. Ce qui implique qu'en s'éloignant du centre la part non bâtie s'accroît.

**Figure 9** La courbe du comportement scalant de l'agglomération de Munich pour différentes périodes



Soulignons qu'une telle transformation de l'organisation spatiale n'a pas été mise en évidence par d'autres méthodes. La figure 9 illustre le cas de Munich. On y observe que, dans un premier temps, les variations de la courbe du comportement scalant sont très fortes, tellement qu'il paraît difficile de définir un comportement moyen. Au cours du temps, l'amplitude de ces variations s'atténue et on parvient à distinguer une valeur moyenne qui domine l'allure de la courbe.



Le processus d'urbanisation se manifeste par l'apparition progressive d'un ordre interne du système spatial et ce, en dépit de l'aspect fragmenté des tissus. Les ruptures dans ces tissus s'atténuent et les villages périphériques font de plus en plus partie d'un agrégat commun, perdant ainsi leur autonomie spatiale. Or, comme ce mode de croissance n'est pas le résultat de politiques d'aménagement mais va plutôt à leur encontre, on doit l'interpréter comme un processus d'auto-organisation dans le sens proposé par la synergie. L'un des principes fondamentaux de cette approche théorique stipule que la compétition de sous-systèmes aboutit à la domination d'un seul élément, lequel s'impose aux autres à la suite d'un processus de sélection (Haken, 1983; Weidlich et Haag, 1988). Ainsi, dans un système de peuplement, on imagine qu'une agglomération particulière puisse bénéficier d'une situation avantageuse en vertu des privilèges politiques qu'on lui a conférés, ou encore grâce à sa localisation, voire à des avantages économiques. Au cours du temps, cette agglomération est susceptible de jouer un rôle prépondérant dans la dynamique du système de peuplement. L'évolution des habitats avoisinants est alors dominée par ce pôle.

En synergie, on a pu montrer que ce genre d'évolution correspond à l'émergence d'un nouveau type d'organisation interne dans le système de peuplement. Celui-ci peut être caractérisé par un paramètre d'ordre. L'apparition d'un comportement scalant moyen et l'affaiblissement des variations peuvent être interprétés comme des phénomènes équivalents.

## LA GÉOMÉTRIE FRACTALE : UN OUTIL DE RÉFLEXION POUR L'AMÉNAGEMENT DES VILLES?

L'atténuation des variations dans les courbes du comportement scalant, au cours de l'urbanisation, met en évidence l'émergence d'une organisation interne. En outre, le fait d'observer des valeurs  $\alpha$  inférieures à deux signifie que la répartition de la surface bâtie tend vers une loi hiérarchique. La répartition varie en général selon l'endroit choisi, la hiérarchisation étant plus forte en périphérie qu'au centre. Ces comportements s'expliquent par la structure des tissus périurbains, dont les éléments spatiaux se situent à une multitude d'échelles. La croissance tentaculaire le long des axes de transport laisse vides de vastes secteurs entre ces axes. Mais les vides pénètrent aussi dans les agglomérations, jusqu'à ce que l'on atteigne l'échelle des jardins et des courées.

Une telle organisation multi-échelle renvoie aux raisons socio-économiques que nous avons évoquées à propos de l'éclatement des tissus agglomérés. Nous avons vu que ce processus est étroitement lié à l'existence d'aspirations subjectives qui se réfèrent à des échelles spatiales et temporelles différentes. Dans cet esprit, nous allons d'abord expliciter, de façon plus théorique, comment une structure fractale permet, par son emboîtement d'échelles inhérent, de répondre à une telle gamme de souhaits.

Nous nous référons à la construction du tapis de Sierpinski telle qu'elle est représentée sur la figure 2b. Considérons, dans un premier temps, le réseau cruciforme. Lors de l'itération, nous observons une pénétration progressive de cette structure dans l'espace. Nous avons entouré ce réseau, à chaque étape, d'une bande

---

de largeur  $\varepsilon$  qui représente la zone directement desservie par ce réseau. Nous vérifions alors que la longueur du réseau, la surface de cette bande et sa bordure, croissent en concordance avec la logique fractale. Ces trois composantes sont chaque fois multipliées par un facteur  $5/3$ . Ainsi, une part croissante de l'espace bénéficie de la proximité du réseau.

Cependant, la bande desservie reste dans sa totalité au voisinage de zones vides. Soulignons que cette itération n'affecte pas les grandes lacunes préservées aux étapes précédentes. On fait ainsi émerger une structure dans laquelle deux systèmes spatiaux, les vides et le réseau, s'interpénètrent. L'itération préserve à proximité du réseau (ou de la bande desservie) des baies vides de tailles de plus en plus petites. En revanche, la structure respecte un principe de centralité qui se traduit par une hiérarchie d'intersection d'axes. Il existe ainsi des zones localement denses le long des axes du réseau (Frankhauser et Genre-Grandpierre, 1998).

Interprétons cette structure hiérarchisée comme un réseau de transport public dans une ville. On peut se demander alors de quelle manière la structure hiérarchique de ce réseau conduit à répartir des services marchands : services banals plus fréquentés, magasins moins fréquentés en fonction de leur spécialisation. On peut imaginer que les services banals sont présents à chaque intersection de branches, mais que les services spécialisés n'existent qu'aux intersections des branches générées lors des itérations précédentes et selon un principe hiérarchique. Si, pour chaque niveau, leur nombre est de plus en plus réduit, leur aire d'achalandage est de plus en plus étendue. On atteint finalement le niveau le plus élevé qui n'existe qu'au centre de la structure. Sur la figure 2a, ces niveaux sont indiqués par différentes intensités de gris.

Nous avons comparé cette structure à une « ville théorique » quadrangulaire avec le même nombre de centres de service répartis toutefois de façon homogène. Si nous calculons la distance moyenne pour atteindre les différents niveaux de service, nous constatons que :

- i) pour le centre, cette distance moyenne est 2,2 fois plus grande pour la fractale que pour le carré;
- ii) pour les services banals, la distance est la même pour les deux structures;
- iii) pour les autres niveaux, on observe des valeurs intermédiaires.

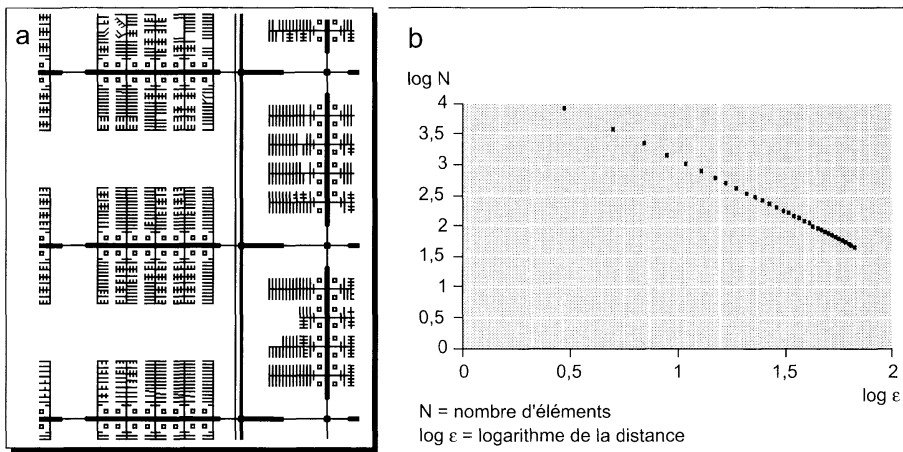
Nous pouvons aussi considérer la distance moyenne pour atteindre la bordure de la ville, pour accéder à la zone verte. On vérifie que cette distance est, pour la fractale, 0,06 fois moins grande que pour la ville carrée. Ceci montre bien qu'une solution « fractale » est avantageuse si les espaces verts sont fortement fréquentés et si les services rares le sont moins. En l'occurrence, les déplacements sont réduits et l'organisation spatiale permet néanmoins de préserver des grandes zones vertes reliées entre elles (Frankhauser et Genre-Grandpierre, 1998).

À partir d'une réflexion similaire, il est possible de montrer que l'éclatement effectif de la surface bâtie, tel qu'on l'observe lors de l'engendrement d'un tapis de Sierpinski, est largement compensé par une meilleure accessibilité aux zones vertes. L'optimalité d'une telle structure hiérarchique rappelle certains concepts

urbanistiques. La figure 10 illustre le plan de Hilberseimer pour la reconstruction de Chicago. L'objectif était ici de relier chaque immeuble à deux systèmes spatiaux : la voirie et les espaces verts. La solution proposée suit une logique hiérarchique qui est d'ailleurs en parfaite concordance avec une logique fractale.

Des réflexions convergentes avaient déjà mené Eberstadt, Möhring et Petersen à proposer, pour un schéma directeur de Berlin, une configuration circulaire où alternent en périphérie secteurs verts et secteurs bâtis. Chaque secteur y était pourvu d'une ligne de chemin de fer suburbain. Ces auteurs soulignent les avantages d'une telle configuration : bonne ventilation du centre-ville, proximité de zones vertes, minimisation des déplacements pour y accéder.

**Figure 10** Le plan de Hilberseimer pour la reconstruction de Chicago et le résultat de l'analyse de dilatation de ce plan. Le plan suit strictement une loi fractale



Plus récemment, des réflexions ont été menées par l'architecte-urbaniste Schöfl (1986) qui a étudié la morphologie des réseaux et le rôle des franges urbaines. Les jardins des maisons situées en périphérie représentent une zone verte de transition en direction de la campagne. Schöfl précise que les maisons forment ainsi — comme le font les immeubles dans le plan de Hilberseimer — les éléments d'interconnexion entre les voies de desserte et le paysage ouvert. Schöfl souligne que ces zones doivent être considérées comme très sensibles et il propose une structure « fractale » des franges urbaines.

Notons enfin le concept des *urban villages* proposé en Angleterre. Il s'agit d'une organisation spatiale des espaces périurbains, qui développe en périphérie de nouvelles unités spatiales dont les limites sont à dix minutes de marche. Chaque unité bénéficie d'une mixité de fonctions (résidences, divers types de services, etc.). Les équipements sont dispersés, non concentrés. Ces agglomérations bénéficient d'un grand nombre d'espaces verts, dont la taille est réduite au cœur du tissu urbain et plus grande en périphérie (Fouchier, 1995). Comme dans le cas du modèle fractal discuté, ces propositions visent une réduction du nombre de déplacements en voiture et garantissent la proximité de zones vertes.

---

En résumé, nous constatons qu'il est possible, à partir d'une approche fractale, d'étudier l'organisation des tissus urbains et de découvrir des éléments structurants nouveaux, par exemple l'émergence d'un ordre interne à l'urbanisation. Des recherches s'orientent vers la réalisation d'une transcription des tissus réels en tissus théoriques qui sont comparables dans leur organisation hiérarchique interne. Des réflexions sur la perception du cadre bâti de l'espace et sur les aspirations subjectives à son égard mènent aussi à des études dont le but est de développer des modèles spatiaux pertinents et qui permettent de mieux répondre aux attentes de la population urbaine et périurbaine.

## NOTES

- 1 L'auteur remercie Anne-Marie Odouze pour sa lecture critique du texte et Joëlle Maillardet pour l'élaboration des figures. Ces travaux ont été réalisés en partie dans le cadre d'un contrat du PIR-villes.
- 2 Cf. les études sur la répartition de la population moyennant des approches fractales (Batty *et al.*, 1994) ou multifractales (Le Bras, 1993).
- 3 Pour des zones métropolitaines, ce genre de comportement a aussi été signalé par White et Engelen (1993), qui font état, dans ce contexte, d'un comportement bifractal.
- 4 À l'échelle nationale d'un réseau des villes, l'agglomération de Paris joue de même façon le rôle d'un « centre naturel de la dilution radiale » pour le système de peuplement français (François *et al.*, 1995).

## BIBLIOGRAPHIE

- BAIROCH, P. (1985) *De Jericho à Mexico*. Paris, Gallimard.
- BATTY, M. et LONGLEY, P. (1994) *Fractal Cities, a Geometry of Form and Function*. London, Academic Press.
- BATTY, M. et XIE, Y. (1996) Preliminary Evidence for a Theory of Fractal Cities. *Environment and Planning A*, (28).
- BRAUNFELS, W. (1977) *Abendländische Stadtbaukunst*. Köln, DuMont.
- BUSSIÈRE, R. et STOVALL, T. (1981) *Systèmes évolutifs urbains et régionaux à l'état d'équilibre*. Centre de recherche et de rencontres d'urbanisme.
- DESMARAIS, G. (1995) *La Morphogenèse de Paris, des origines à la Révolution*. Paris, L'Harmattan, Sainte-Foy, CÉLAT.
- DUBOIS-TAINE, G. et CHALAS, Y., eds (1997) *La ville émergente*. Paris, Éditions de l'Aube.
- FOUCHIER, V. (1995) La densification : une comparaison internationale entre politiques contrastées. *Les Annales de la Recherche Urbaine*, (67).
- FRANÇOIS, N., FRANKHAUSER, P. et PUMAIN, D. (1995) Villes, densité et fractalité. *Les Annales de la Recherche Urbaine*, 6 (67).
- FRANK, H. (1987) *Idee, Prozess, Ergebnis. Die Reparatur und Rekonstruktion der Stadt. Die Überwindung der Stadtbaukunst*. Internationale Bauausstellung, Berlin, Fröhlich und Kaufmann.
- FRANKHAUSER, P. (1994) *La fractalité des structures urbaines*. Paris, Anthropos.
- (1997) L'analyse fractale, un nouvel outil de réflexion dans l'analyse spatiale des agglomérations urbaines. *Population*, (4).

- 
- FRANKHAUSER, P. et GENRE-GRANDPIERRE, C. (1998) La géométrie fractale, un nouvel outil d'analyse et de réflexion pour l'investigation des réseaux de transport. *Cahiers Scientifiques du Transport* (à paraître).
- GOUYET, J.-F. (1992) *Physique et structures fractales*. Paris, Masson.
- HAKEN, H. (1983) *Synergetics, an introduction*. Berlin, Springer.
- HUMPERT, K. (1990) Stadt und Landschaft — Stadtlandschaft, ARCUS — Architektur und Wissenschaft, Wohnen in Zukunft (11).
- LAGOPOULOS, A.-P. (1994) Groupes sociaux, structures régionales et codes culturels. In P. Pellegrino (éd.) *Figures architecturales, Formes urbaines*. Paris, Anthropos.
- LE BRAS, H. (1993) *De la planète au village*. Paris, Éditions de l'Aube.
- NICHOLIS, G. (1985) Zeit — die vierte Kategorie in der Kunst. In M. Baudson (éd.) *Symmetriebriiche und die Perzeption von Formen*.
- PELLEGRINO, P. (1994) La sémiologie générale et la sémiologie de l'espace. In P. Pellegrino (éd.) *Figures architecturales, Formes urbaines*. Paris, Anthropos.
- PUMAIN, D., SANDERS, L. et SAINT-JULIEN, T. (1989) *Villes et auto-organisation*. Paris, Economica.
- RÉMY, J. (1994) La ville : réseau alvéolaire et mobilité spatiale. In P. Pellegrino (éd.) *Figures architecturales, Formes urbaines*. Paris, Anthropos.
- REYMOND, H. (1981) Pour une problématique théorique. In H. Isnard, J.B. Racine, H. Reymond (éds) *Problématiques de la géographie*. Paris, Presses Universitaires de France.
- SCHÖFL, G. (1986) Minimalnetze. *Arcus*, (2).
- WEIDLICH, W et HAAG, G., eds (1988) *Interregional migration*. Berlin, Springer.
- WHITE, R. et ENGELEN, G. (1993) Cellular Automata and Fractal Urban Form : A Cellular Modelling Approach to the Evolution of Urban Land Use Patterns. *Environment and Planning A*, (25).