L'Actualité économique

GÉNÉRATIONS IMBRIQUÉES, RESSOURCES NATURELLES ET QUALITÉ OPTIMALE DES DROITS DE PROPRIÉTÉ

Alexandre Croutzet

Volume 95, numéro 2-3, juin–septembre 2019

Numéro spécial à la mémoire de Pierre Lasserre

URI : https://id.erudit.org/iderudit/1076258ar
DOI : https://doi.org/10.7202/1076258ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)
1710-3991 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Croutzet, A. (2019). GÉNÉRATIONS IMBRIQUÉES, RESSOURCES NATURELLES ET QUALITÉ OPTIMALE DES DROITS DE PROPRIÉTÉ. *L'Actualité économique*, *95*(2-3), 211–239. https://doi.org/10.7202/1076258ar

Résumé de l'article

Dans une économie parfaitement concurrentielle dans laquelle une ressource naturelle renouvelable est exploitée, la qualité optimale des droits de propriété correspond-elle toujours à des droits complets ou existe-t-il des situations dans lesquelles des droits partiellement définis et/ou partiellement protégés sont optimaux ? C'est la question à laquelle cet article se propose de répondre. En d'autres termes, cet article examine les mérites des droits de propriété partiels dans une économie avec ressource naturelle renouvelable par ailleurs parfaitement concurrentielle. La qualité des droits de propriété est définie comme la proportion de la ressource sur laquelle des droits sont définis et protégés; le reste de la ressource étant en accès libre. Identifier les situations où des droits de propriété partiels peuvent être optimaux est important pour les décideurs. En effet, les droits de propriété sur les ressources renouvelables sont généralement difficiles et coûteux à définir et à protéger parfaitement. Dans une économie décentralisée parfaitement concurrentielle avec ressource naturelle renouvelable et générations imbriquées, nous montrons que des institutions optimales peuvent se traduire par des droits de propriété partiels sur un stock de ressource. L'absence de droits de propriété conduit à une surexploitation, mais l'appropriation privée complète du stock de ressource peut conduire à une suraccumulation de la ressource. En d'autres termes, quand les ressources sont surexploitées en raison d'institutions trop faibles, les renforcer est nécessaire, mais la distance à des institutions optimales peut être plus courte qu'on ne le croit communément.

L'Actualité économique, Revue d'analyse économique, vol. 95, n° 2-3, juin-septembre 2019

GÉNÉRATIONS IMBRIQUÉES, RESSOURCES NATURELLES ET QUALITÉ OPTIMALE DES DROITS DE PROPRIÉTÉ*

Alexandre CROUTZET
École des Sciences de l'Administration
Université TÉLUQ
alexandre.croutzet@teluq.ca

RÉSUMÉ – Dans une économie parfaitement concurrentielle dans laquelle une ressource naturelle renouvelable est exploitée, la qualité optimale des droits de propriété correspond-elle toujours à des droits complets ou existe-t-il des situations dans lesquelles des droits partiellement définis et/ou partiellement protégés sont optimaux ? C'est la question à laquelle cet article se propose de répondre. En d'autres termes, cet article examine les mérites des droits de propriété partiels dans une économie avec ressource naturelle renouvelable par ailleurs parfaitement concurrentielle. La qualité des droits de propriété est définie comme la proportion de la ressource sur laquelle des droits sont définis et protégés ; le reste de la ressource étant en accès libre. Identifier les situations où des droits de propriété partiels peuvent être optimaux est important pour les décideurs. En effet, les droits de propriété sur les ressources renouvelables sont généralement difficiles et coûteux à définir et à protéger parfaitement. Dans une économie décentralisée parfaitement concurrentielle avec ressource naturelle renouvelable et générations imbriquées, nous montrons que des institutions optimales peuvent se traduire par des droits de propriété partiels sur un stock de ressource. L'absence de droits de propriété conduit à une surexploitation, mais l'appropriation privée complète du stock de ressource peut conduire à une suraccumulation de la ressource. En d'autres termes, quand les ressources sont surexploitées en raison d'institutions trop faibles, les renforcer est nécessaire, mais la distance à des institutions optimales peut être plus courte qu'on ne le croit communément.

ABSTRACT – This paper investigates the merits for a renewable resource economy to have partial property rights. Can partial property rights be socially optimal in an otherwise

*Cet article a bénéficié du support financier du Fonds de Recherche du Québec - Société et culture. L'auteur remercie Pierre Lasserre, Gérard Gaudet, Charles Séguin, Max Blouin, Pierre-Yves Yanni ainsi que les participants de l'Atelier sur l'Économie de l'Environnement et des Ressources Naturelles, de la conférence de l'Association Canadienne de Science Économique, de la Société Canadienne de Science Économique et de la conférence du SURED. L'auteur remercie également les évaluateurs anonymes pour leurs commentaires et suggestions. Les erreurs qui pourraient subsister sont de la seule responsabilité de l'auteur.

perfectly competitive economy? If so, under which circumstances? In a decentralized perfectly competitive economy involving a renewable natural resource and overlapping generations, we show that optimal institutions should make it possible to infringe on a resource stock. The quality of property rights on the resource is defined as the proportion of the resource that can be appropriated rather than left under open access. With quasi-linear preferences and a strictly concave renewable resource growth function, we show that there always exists a quality of property rights leading to optimal steady-state extraction and resource stock levels. Full private appropriation of the resource stock can lead to overaccumulation of the resource asset. When property rights are complete and a perfectly competitive economy is dynamically inefficient, households appropriate themselves a share of the resource stock that should optimally be used in production. The optimal quality of property rights then involves some limitation to open access to counter the tragedy of the commons, but not full private appropriation.

Introduction

Cet article étudie les mérites de droits de propriété partiels dans une économie dans laquelle une ressource naturelle renouvelable est exploitée. Nous montrons que dans une économie parfaitement concurrentielle dans laquelle les individus ont une durée de vie finie et ne travaillent que lorsqu'ils sont jeunes, des institutions optimales peuvent se traduire par des droits de propriété partiels sur le stock de ressource. La qualité des droits de propriété sur la ressource est définie comme la proportion de la ressource qui peut être appropriée plutôt que laissée en accès libre. Ces observations sont importantes pour les décideurs : en effet, lorsque les ressources naturelles sont surexploitées en raison d'institutions trop faibles, la distance à des institutions optimales peut-être plus courte qu'on ne le croit communément. La mise en place d'institutions optimales peut donc s'avérer moins coûteuse qu'anticipée. Quand les individus ont une durée de vie infinie, sans dépréciation de leurs compétences, dans une économie déterministe avec droits de propriété complets et aucune défaillance de marché, l'équilibre concurrentiel est Pareto optimal à condition que le nombre d'agents soit fini. La condition selon laquelle les droits de propriété doivent être complets (c.-à-d. parfaitement définis et protégés) est cruciale dans la définition de l'équilibre concurrentiel. Quand cette économie comprend l'exploitation d'une ressource renouvelable, la trajectoire de cette économie et son équilibre stationnaire sont également optimaux en concurrence parfaite. L'équilibre stationnaire optimal est stable.

Dans la réalité, les droits de propriété sur la ressource sont souvent absents ou incomplets ; le libre accès conduit à la surexploitation de la ressource et à la tragédie des ressources communes. Avec les modèles à générations imbriquées, la situation est différente. Qu'une ressource naturelle renouvelable soit exploitée ou non, l'équilibre stationnaire d'une économie parfaitement concurrentielle n'est pas nécessairement Pareto optimal. Le premier théorème du bien-être peut ne pas s'appliquer parce qu'il y a un nombre infini d'individus à durée de vie finie. Cependant, tous les équilibres ne sont pas inefficaces. L'efficacité est liée à la productivité marginale du capital ; le critère de Cass (Cass, 1972) donne les conditions nécessaires et suffisantes de l'efficacité. La possibilité d'inefficacité découle du fait que l'équilibre d'une économie à générations imbriquées peut comporter une épargne excessive. Dans une économie à générations imbriquées utilisant une ressource renouvelable, une épargne excessive peut prendre la forme d'une capture insuffisante de la ressource (Kemp et Long, 1979; Koskela *et al.*, 2002). Cet article examine formellement les implications de ces inefficacités en termes de qualité des droits de propriété. Dans un modèle à générations imbriquées avec des préférences quasi linéaires et une fonction de croissance de la ressource renouvelable strictement concave, nous montrons qu'il existe toujours une qualité de droits de propriété qui conduit à une capture et à un niveau du stock de ressource optimaux de premier rang. Sous des hypothèses traditionnelles sur les préférences, sur la technologie et sur la dynamique de la ressource, nous établissons la qualité optimale des droits de propriété à l'équilibre stationnaire et nous montrons que l'équilibre stationnaire est stable en point de selle. Nos résultats analytiques sont illustrés par des calculs numériques.

L'article est organisé de la manière suivante. La section 1 examine la littérature. La section 2 présente la structure de base du modèle. La section 3 caractérise l'équilibre concurrentiel. Dans la section 4, les conditions d'existence, le nombre d'états stationnaires décentralisés et les propriétés de stabilité locale de ces équilibres sont étudiés. La section 5 fournit une caractérisation de l'équilibre stationnaire optimal. La section 6 étudie l'existence d'une qualité optimale des droits de propriété et détermine son expression en fonction de la technologie, des préférences et de la dynamique du stock de ressource. Des calculs numériques avec spécification des paramètres et une analyse graphique sont présentés dans la section 7. Nous concluons dans la dernière section.

1. Un retour sur les contributions récentes

Notre analyse s'appuie essentiellement sur deux grands volets de la littérature économique. Un premier volet aborde la question de savoir si les droits de propriété complets sont nécessaires pour exploiter une ressource naturelle de manière optimale (Engel et Fischer, 2008; Costello et Kaffine, 2008; Croutzet et Lasserre, 2017). L'autre volet considère la question d'efficience et/ou d'équité dans l'exploitation d'une ressource naturelle quand les individus ont une durée de vie finie et que différentes générations coexistent. Dans ce deuxième volet, largement étudié par Farmer et Bednar-Friedl (2010), les droits de propriété sont soit considérés complets (Kemp et Long, 1979; Mourmouras, 1991; Olson et Knapp, 1997; Koskela *et al.*, 2002; Bréchet et Lambrecht, 2011), soit absents (Mirman et To, 2005; Karp et Rezai, 2014) ou partiels (Balestra *et al.*, 2010). Enfin, dans un modèle avec générations imbriquées, fertilité endogène, sans ressource naturelle, Schoonbroodt et Tertilt (2014) enquêtent sur la question de savoir si les jeunes devraient avoir des droits de propriété sur l'intégralité des revenus de leur travail.

Engel et Fischer (2008) examinent comment un gouvernement devrait contracter avec des entreprises privées pour exploiter une ressource naturelle quand un incitatif à exproprier ces entreprises existe dans le bon état du monde dans lequel les profits sont élevés. Engel et Fisher considèrent trois sources d'inefficacités potentielles : l'incertitude, le pouvoir de marché et un coût fixe irréversible. Le présent article considère une économie parfaitement concurrentielle sans défaillance de marché. Costello et Kaffine (2008) étudient les incitatifs dynamiques à la récolte auxquels est soumis un exploitant de ressource renouvelable quand les droits de propriété ne sont pas parfaitement protégés. Une concession de ressource est accordée pour une durée après laquelle elle est renouvelée avec une probabilité connue seulement si une cible en termes de niveau de stock est atteinte. Ils montrent que les droits de propriété complets sont suffisants pour une récolte économiquement efficace, mais ne sont pas nécessaires. L'idée est que si le stock cible est suffisamment élevé, lorsque l'exploitant pèse les avantages supplémentaires de récolter immédiatement contre le coût prévu de perdre le renouvellement de la concession, l'exploitant peut choisir une trajectoire similaire à celle d'une concession infinie avec droits complets. Le présent article diffère d'Engel et Fischer (2008) et Costello et Kaffine (2008) en ce que les droits complets ne sont plus suffisants pour l'efficacité : des droits complets peuvent être inefficaces.

Croutzet et Lasserre (2017) montrent que les droits de propriété partiels peuvent être optimaux en présence de pouvoir de marché : la qualité optimale des droits de propriété dépend du nombre de firmes, de la technologie au travers de l'élasticité de la productivité des intrants et des préférences au travers de l'élasticité-prix de la demande. L'article était essentiellement statique et considérait un équilibre partiel. Le présent article caractérise les équilibres stationnaires d'une économie à générations imbriquées, étudie leurs propriétés de stabilité et compare les équilibres stationnaires d'une économie décentralisée et les équilibres optimaux. En utilisant un modèle à générations imbriquées avec droits de propriété complets, Kemp et Long (1979) démontrent qu'une économie concurrentielle avec une population constante peut sous-exploiter une ressource renouvelable lorsque cette dernière n'est pas essentielle à la production. Les auteurs supposent une ressource avec une croissance constante. Mourmouras (1991) considère les interactions entre l'accumulation de capital et l'exploitation d'une ressource naturelle dans un modèle à générations imbriquées similaire à celui de Diamond (1965). Il montre qu'un faible taux de croissance de la ressource par rapport celui de la population et qu'un faible niveau d'épargne peuvent conduire à l'utilisation non durable d'une ressource renouvelable, malgré l'existence de droits de propriété complets.

Dans le présent article, les droits de propriété complets ne sont pas supposés ; les droits de propriété peuvent être complets, absents ou partiels. La qualité des droits de propriété est un paramètre institutionnel pris comme donné par les agents économiques. La ressource naturelle est supposée être essentielle à la production et une fonction de croissance de la ressource strictement concave est supposée. Kemp et Long (1979) et Mourmouras (1991) étudient l'état stationnaire sans analyser leurs propriétés dynamiques et de stabilité alors que cet article étudie la dynamique du système. Olson et Knapp (1997) analysent les allocations d'une ressource non renouvelable en concurrence parfaite dans une économie à générations imbriquées et ils caractérisent les trajectoires d'extraction de la ressource et de prix déterminées de façon endogène par les préférences et la technologie. Notre modèle et notre méthodologie sont similaires à ceux du modèle de ressources renouvelables de Koskela *et al.* (2002). Cependant, dans l'article de Koskela *et al.*, les droits de propriété ne sont pas l'objet de l'analyse et sont supposés complets. Notre modèle considère explicitement le rôle de la qualité des droits de propriété dans la dynamique de l'économie : les trajectoires de la capture de la ressource et des prix évoluent de manière endogène compte tenu de la qualité des droits de propriété à chaque date. Notre modèle admet le modèle de Koskela *et al.* (2002) comme cas particulier lorsque les droits de propriété sont supposés complets à chaque date.

Bréchet et Lambrecht (2011) considèrent une économie à générations imbriquées dans laquelle la technologie est CES et combine main-d'oeuvre, capital physique et ressource naturelle. Ils considèrent une économie dans laquelle les ménages ont une propension naturelle à la générosité. Ils étudient l'interaction entre la générosité et les propriétés de substituabilité ou de complémentarité entre le capital et la ressource naturelle dans la détermination de la quantité de ressource extraite à l'équilibre. Dans cet article, en accord avec la représentation walrasienne traditionnelle d'un marché parfaitement concurrentiel, nous ne supposons pas d'altruisme entre générations : les agents n'optimisent que leur propre bien-être sur la durée de leur vie.

Contrairement aux articles précédemment cités, Mirman et To (2005) considèrent un modèle à générations imbriquées dans lequel les droits de propriété sur la ressource renouvelable sont absents. Les jeunes utilisent la ressource capturée comme support d'épargne et ont du pouvoir de marché sur le marché de la ressource. Notre modèle est également un modèle à générations imbriquées ; cependant, les individus utilisent la ressource non capturée comme support d'épargne considérant la possibilité de droits de propriété partiels et l'économie est parfaitement concurrentielle pour toutes les générations. Karp et Rezai (2014) utilisent un modèle à générations imbriquées à deux secteurs, avec une fonction d'utilité loglinéaire intertemporelle additive, pour étudier les effets intergénérationnels d'une taxe qui protège une ressource en accès libre. Les vieux individus bénéficient de l'amélioration de l'environnement (c.-à-d. de l'accroissement du niveau de stock et de capture à l'équilibre stationnaire) résultant de la taxe. En l'absence de transfert, l'impôt nuit aux jeunes individus en diminuant leurs salaires réels. Les auteurs montrent qu'une taxe qui permet une amélioration au sens de Pareto peut être mise en oeuvre dans divers contextes de politique économique. Dans cet article, nous ne considérons qu'un seul secteur et des droits de propriété existent sur la ressource renouvelable même si leur qualité est à déterminer. L'absence de droits de propriété n'est qu'un cas extrême de notre modèle.

Bien que nos résultats avec des droits de propriété partiels ressemblent à ceux de Karp et Rezai (2014), les droits de propriété partiels diffèrent des taxes pigouviennes en ce sens que les droits de propriété, en tant qu'institution, ne sont pas un instrument de politique économique facilement disponible ; les droits de propriété sont une caractéristique durable et séculaire d'une économie. Bien que, tel que le soulignent Copeland et Taylor (2009), les droits de propriété ne soient pas une caractéristique immuable d'une économie, leur dynamique est lente ; la qualité des droits de propriété évolue à long terme à la suite de décisions telles que des investissements publics dans le système judiciaire, des lois, des négociations, des compromis et des changements culturels. De plus, contrairement à la taxe pigouvienne, les droits de propriété partiels n'impliquent pas la perception, la gestion, ou la redistribution par le gouvernement de la part de ressource non appropriée.

Balestra *et al.* (2010) étudient le nombre optimal de parcelles (ou de droits de propriété) pour maximiser le stock d'une ressource naturelle dont l'évolution dépend à la fois des retombées économiques positives parmi les propriétaires privés (plus le nombre de parcelles est important et moins les retombées économiques sont probables) et le coût de maintenance de chaque parcelle (plus le nombre de parcelles est élevé, plus les parcelles sont petites, plus le coût d'entretien de chaque parcelle est bas). Ils considèrent un modèle à générations imbriquées avec une ressource renouvelable dans lequel un gouvernement décide de la division de la ressource en parcelles à chaque date. Chaque parcelle est attribuée à une communauté qui doit la gérer. Dans chaque communauté, un jeune individu représentatif récolte la ressource et un vieil individu représentatif possède le capital (sous la forme de ressource extraite). Il y a deux sources de pouvoir de marché : comme dans Mirman et To (2005), au sein de chaque communauté, le jeune a une forme de pouvoir de marché car il décide de la quantité extraite en tenant compte de l'équilibre du marché des intrants dans la production sur lequel il rencontre le vieil individu qui lui est contemporain ; la deuxième source de pouvoir de marché se manifeste entre les différentes communautés qui jouent un jeu à la Nash-Cournot. Les auteurs comparent les équilibres coopératifs et non coopératifs et montrent que les gains de la coopération sont remarquables. Ils étudient comment une politique fiscale pourrait décentraliser le résultat de la coopération. Dans le présent article, l'économie est parfaitement concurrentielle et la fonction de croissance de la ressource naturelle répond à des hypothèses traditionnelles (c.-à-d. qu'aucune retombée économique positive n'est supposée) : par exemple, une fonction de croissance logistique répond à nos hypothèses sur la fonction de croissance de la ressource naturelle.

Schoonbroodt et Tertilt (2014) remettent en question la logique économique de politiques pronatalistes. Ils considèrent un modèle à générations imbriquées dans lequel le capital et le travail sont les facteurs de production, avec choix de fertilité et altruisme parental. Quand élever des enfants a un coût positif, les auteurs montrent que l'appropriation par les parents d'une partie des revenus des jeunes est rendue nécessaire pour avoir un taux de fertilité non nul à l'équilibre. Le présent article considère une économie avec ressource naturelle renouvelable dans laquelle les droits de propriété sur le stock de ressource peuvent être partiels.

Breton et Keoula (2014) et Miller et Nkuiya (2016) s'intéressent à la possibilité et aux conséquences de coopérations partielles dans la gestion de la pêche. Le point de départ de leur analyse est une situation dans laquelle aucun droit de propriété n'est défini sur le stock de poisson, c'est une ressource commune, ce qui a pour conséquence une guerre de la pêche entre les pays qui ne coopèrent pas. Breton et Keoula (2014) considèrent une situation dans laquelle des pays diffèrent par leur taux d'actualisation. Le partage des prises résultant est analysé dans différents contextes selon le degré de coopération entre pays et selon la forme des interactions stratégiques entre les pays qui coopèrent et ceux qui ne coopèrent pas. La profitabilité de la coopération est également étudiée. Miller et Nkuiya (2016) étudient les impacts de changements de régime, respectivement exogènes ou endogènes, dans la croissance d'une ressource naturelle renouvelable sur la formation de coalitions de pêcheurs et sur les prises résultantes. Dans ces deux articles, il est possible de considérer que les prises résultantes définissent de manière endogène des droits de propriété sur la ressource péchée, ces droits sont imposés par les rapports de force des différents acteurs qui ont, ou qui peuvent acquérir au travers de coalitions, du pouvoir de marché. Ces articles reflètent la création et les conséquences de rapports de force entre exploitants de la ressource. Le présent article considère un contexte similaire à celui de quotas individuels transférables de pêche qui définissent ex-ante des droits de propriété sur la ressource afin de la protéger d'une surexploitation. Ces droits de propriété sont la résultante de contextes historiques, politiques, institutionnels et géographiques. En tant qu'institution, les droits de propriété sur la ressource et leur qualité sont ainsi en grande partie exogènes aux exploitants individuels.

Dans le présent article, les droits de propriété sur le stock de ressource ne sont pas présupposés absents. Nous nous intéressons à l'optimalité de la qualité des droits de propriété dans un cadre d'analyse dans lequel les droits de propriété sur la ressource peuvent être complets, absents ou partiels. Par ailleurs, nous conservons l'hypothèse traditionnelle de Samuelson (1937) telle que résumé par Frederick *et al.* (2002) selon laquelle le taux d'actualisation est le même pour tous les types de biens et toutes les décisions intertemporelles des individus et des firmes. Nous supposons les individus de chaque générations identiques et les firmes concurrentielles et il n'y a pas de changement de régime dans la croissance de la ressource. Enfin, bien que notre modèle considère une réalité essentiellement locale, il est compatible par exemple avec l'étude de quotas sur des espèces de poissons qui migrent entre les eaux de différents territoires ou entre eaux territoriales et internationales.

2. Le modèle

Nous utilisons un modèle à générations imbriquées similaire à celui utilisé par Koskela *et al.* (2002). Nos hypothèses nous permettent d'utiliser le modèle de Koskela *et al.* comme référence quand les droits de propriété sont complets à chaque date. Nous considérons donc un modèle à générations imbriquées, sans croissance démographique, représentant une économie composée d'individus et de firmes dans laquelle les individus vivent deux périodes et ne travaillent que lorsqu'ils sont jeunes. Nous supposons que les individus maximisent une utilité intertemporellement additive :

$$V = u(c_1^t) + \beta u_2(c_2^t) \tag{1}$$

avec $u_2(c_2) = c_2$ où c_i^t représente la consommation de la période $i = 1,2$ d'un consommateur-travailleur né à la date t et $\beta = \frac{1}{1+\delta}$ avec δ le taux exogène de préférence pur pour le présent. La fonction d'utilité de la première période a les propriétés suivantes, $u' > 0$, $u'' < 0$, et $\lim_{c\to\infty} u'(c) = 0$ et $\lim_{c\to 0} u'(c) = \infty$. Chaque jeune a une unité de travail qu'il offre de manière inélastique aux firmes dans le secteur des biens de consommation. Le jeune travailleur-consommateur représentatif utilise son salaire pour acheter un bien de consommation et pour acheter du stock de ressource qui sera utilisé comme épargne pour sa retraite. En plus de la ressource, le jeune peut emprunter ou prêter sur le marché financier [1]. Le vieil individu représentatif vend le stock de ressource naturelle et les actifs financiers achetés quand il était jeune pour acheter un bien de consommation durant sa retraite.

La production est assurée par un ensemble de firmes concurrentielles qui produisent le bien de consommation avec une technologie agrégée à rendements d'échelle constants transformant la ressource extraite H_t et le travail L_t en une quantité produite : $F(H_t, L_t)$. La technologie peut être exprimée sous forme intensive dans le facteur travail comme $f(h_t) = \frac{F(H_t,L_t)}{L_t}$ avec les propriétés traditionnelles $f' > 0$ et $f'' < 0$. Par ailleurs, nous supposons que les conditions d'Inada sont satisfaites : $\lim_{h\to 0} f'(h_t) = \infty$ et $\lim_{h\to\infty} f'(h_t) = 0$, avec h_t la quantité extraite par tête.

La croissance de la ressource renouvelable est donnée par $g(x_t)$, avec x_t qui est le stock de ressource par tête du début de la période t ; $g(x_t)$ est strictement concave et il y a deux valeurs $x = 0$ et $x = \tilde{x}$ pour lesquelles $g(0) = g(\tilde{x}) = 0$. Par conséquent, il y a une valeur unique $\hat{x}$ pour laquelle $g'(\hat{x}) = 0$. $\hat{x}$ est le stock qui procure le rendement maximal durable. Une fonction de croissance logistique $g(x) = ax - \frac{1}{2}bx^2$ respecte ces hypothèses. La ressource renouvelable dans ce modèle a deux rôles. Elle est à la fois un support d'épargne ente générations et un intrant dans la production du bien de consommation. Le marché de la ressource fonctionne de la manière suivante. Au début de la période, t le vieil individu détient le stock x_t ; le stock s'accroît de la croissance de la période courante $g(x_t)$. Si les droits de propriété sont complets, il vend le stock incluant la quantité par laquelle il a cru aux firmes qui choisissent d'en extraire h_t afin de l'utiliser comme intrant dans la production du bien de consommation. Les firmes vendent ensuite

1. Ce deuxième support d'épargne n'est pas nécessaire à notre démonstration. Il permet de faciliter la présentation et de rendre explicite la condition d'arbitrage sous-jacente entre la ressource et l'actif financier.

le reste du stock de ressource x_{t+1} au jeune individu qui devient le vieil individu de la période suivante. Les firmes jouent seulement un rôle d'intermédiaires entre générations ; elles n'obtiennent aucun surplus de leurs activités. Les surplus sont alloués entre générations par le système de prix. Quand les droits de propriété sont complets, la croissance naturelle de la ressource profite entièrement à son détenteur. L'équation de transition de la ressource est :

$$x_{t+1} = x_t + g(x_t) - h_t \tag{2}$$

avec h_t qui représente le stock de ressource capturé par les firmes pour être utilisé dans le processus de production. Le stock initial de ressource est x_t et sa croissance $g(x_t)$ sont en partie capturés et en partie épargnés pour devenir le stock de ressource de la période suivante.

Appelons $\theta_t \in [0,1]$ un indicateur de la qualité de droits de propriété sur la ressource détenue par le vieil individu à la date t avec $\theta_t = 1$ qui correspond à des droits complets et $\theta_t = 0$ qui correspond à l'absence de droits de propriété. Tous les autres droits de propriété dans l'économie sont supposés complets. Selon Scott (2008), les caractéristiques des droits de propriété sont l'exclusivité, la durée, la flexibilité, la sécurité, la transférabilité et la divisibilité ; un droit de propriété est dit complet s'il présente les six caractéristiques dans leur intégralité. Dans le présent article, nous mettons l'accent sur la sécurité qui sera présente à divers degrés. Les exemples qui suivent illustrent des situations dans lesquelles les droits de propriété sont partiels. D'abord, afin que la sécurité soit complète, l'objet sur lequel portent les droits doit être bien défini. Considérons un système de quota individuel transférable (QIT) sur une ressource halieutique. Si les QIT sont définis sur une zone plus petite que l'habitat de la ressource, comme dans l'exemple de Costello *et al.* (2015), les droits sur la ressource ne sont que partiellement définis car les poissons migrent entre zones protégées et zones non protégées ; les droits de propriété sont partiels dans la mesure où ils ne confèrent la sécurité que sur une partie de la ressource.

De manière alternative, si des QIT qui sont définis sur la totalité de l'habitat pertinent ne sont pas parfaitement respectés, en raison par exemple de fausses déclarations de pêche, ils ne fournissent pas une sécurité complète. Il s'agit d'un autre exemple de droits partiels. Enfin, Dupont et Grafton (2000) fournissent une illustration en Nouvelle-Écosse d'un système dans lequel des QIT sont distribués sur une partie de la prise totale autorisée tandis que le reste de la prise totale autorisée est en libre-accès. Là encore, les droits de propriété sont partiels. Ils ne couvrent pas la totalité de la prise totale autorisée. L'objet du présent article est d'étudier l'optimalité de droits de propriété partiels. Ainsi, quand les droits de propriété sur la ressource détenue par le vieil individu sont partiels, la firme peut en capturer une partie sans compenser le vieil individu. Au début de la période t, le vieil individu détient le stock x_t ; le stock s'accroît de l'accroissement de la période $g(x_t)$. Les firmes s'approprient sans coût la proportion $(1-\theta_t)$ de la quantité capturée h_t pour produire et les firmes achètent au prix unitaire p_t le reste de ce qu'elles souhaitent capturer du stock de ressource. Puis, ce qu'il reste de la ressource, une quantité $x_t - h_t + g(x_t)$, est vendue à la génération suivante au prix p_t. Le vieil individu reçoit le montant $p_t\,(x_t - (1-\theta_t)\,h_t + g(x_t))$ de la vente de la ressource ; les firmes extraient la quantité h_t au coût $p_t\theta_t h_t$; le jeune reçoit la quantité $x_{t+1} = x_t + g(x_t) - h_t$ qu'il paie au vieil individu au prix du marché p_t à l'aide de son salaire w_t. θ_t est exogène pour les individus et pour les firmes. Les contraintes budgétaires périodiques sont les suivantes :

$$c_1^t + p_t x_{t+1} + s_t = w_t \tag{3}$$

$$c_2^t = p_{t+1}\,[x_{t+1} + g(x_{t+1}) - (1-\theta_{t+1})h_{t+1}] + R_{t+1}s_t \tag{4}$$

avec $R_{t+1} = 1 + r_{t+1}$ le facteur de rendement de l'actif financier et s_t qui représente le montant épargné par le jeune sur le marché financier. À l'équilibre, s_t sera égal à zéro de façon à ce que la ressource devienne le seul support d'épargne. L'équation (4) indique que le vieil individu consomme son épargne, incluant les intérêts et le produit de la vente de la ressource. À partir des équations (3) et (4), on obtient la contrainte budgétaire intertemporelle :

$$c_1^t + \frac{c_2^t}{R_{t+1}} = w_t + \frac{p_{t+1}\,[x_{t+1} + g(x_{t+1}) - (1-\theta_{t+1})h_{t+1}] - R_{t+1}p_t x_{t+1}}{R_{t+1}} \tag{5}$$

3. Équilibre concurrentiel

Pour étudier l'équilibre concurrentiel, nous suivons l'approche de de la Croix et Michel (2002) pour distinguer l'équilibre temporaire du sentier de croissance.

3.1 *Équilibre temporaire*

L'équilibre temporaire de la période t est l'équilibre concurrentiel compte tenu des anticipations de prix. Il est tel que : (i) l'individu représentatif optimise son utilité sur la durée de sa vie sous les contraintes budgétaires de chaque période compte tenu de ses anticipations de prix, et, (ii) tous les marchés s'équilibrent à la période t. L'équilibre temporaire donne les valeurs d'équilibre des variables courantes, incluant les prix, en fonction du passé et des anticipations. Les quantités consommées chaque période par un individu de la génération t sont appelées c_1^t et c_2^t et la quantité de ressource demandée pour servir d'épargne est appelée x_{t+1}. Ces quantités sont les solutions du problème de maximisation de l'utilité suivant :

$$\max_{c_1^t,\,c_2^t,\,x_{t+1}} u(c_1^t) + \beta c_2^t$$

sujet à la contrainte budgétaire intertemporelle (5). Cela donne les conditions suivantes du premier ordre pour c_1^t, c_2^t et x_{t+1} avec λ un multiplicateur positif :

$$u'(c_1^t) = \lambda$$
$$\beta = \frac{\lambda}{R_{t+1}}$$
$$\lambda p_{t+1} \frac{[(1+g'(x_{t+1})) - (1-\theta_{t+1})(1+g'(x_{t+1}))]}{R_{t+1}} = \lambda p_t$$

En réarrangeant le système, les conditions du premier ordre conduisent à

$$u'(c_1^t) = \beta R_{t+1} \tag{6}$$
$$p_t u'(c_1^t) = \beta p_{t+1} \theta_{t+1}(1+g'(x_{t+1})) \tag{7}$$

Si on se souvient que $u_2' = 1$, l'équation (6) est la première équation d'Euler qui indique que, dans une situation optimale, le coût marginal de l'épargne en termes d'utilité est égal au bénéfice marginal d'épargner. Plus précisément, le coût d'opportunité en termes d'utilité courante d'épargner une unité de plus à la période courante sous la forme d'achat d'actif financier doit être égal au bénéfice actualisé d'avoir R_{t+1} de plus la période suivante. Ce bénéfice est l'utilité additionnelle de la période suivante permise par la possibilité de consommer une quantité additionnelle R_{t+1}. En réarrangeant l'équation (6), nous pouvons proposer une expression alternative :

$$\frac{u'(c_1^t)}{\beta} = R_{t+1}$$

qui signifie que le taux marginal de substitution intertemporel de l'utilité $\frac{u'(c_1^t)}{\beta}$ doit être égal au taux marginal de transformation R_{t+1} qui est le taux auquel l'épargne sous la forme d'actif financier permet à un individu de déplacer de la consommation de la période t à la période $t+1$.

L'équation (7) est la deuxième équation d'Euler qui indique que le coût d'opportunité en termes d'utilité courante d'épargner la valeur d'une unité de plus de stock de ressource dans la période courante doit être égal au bénéfice d'avoir $\theta_{t+1}(1+g'(x_{t+1}))$ unités de plus dont le prix unitaire est p_{t+1} la période suivante. Ce bénéfice est l'utilité additionnelle actualisée de la période suivante permise par l'augmentation de la consommation d'une quantité $\theta_{t+1}(1+g'(x_{t+1}))\frac{p_{t+1}}{p_t}$. En réarrangeant l'équation (7), on obtient :

$$\frac{u'(c_1^t)}{\beta} = \theta_{t+1}(1+g'(x_{t+1}))\frac{p_{t+1}}{p_t}$$

qui permet une interprétation alternative : le taux marginal de substitution intertemporel de l'utilité doit être égal au taux marginal de transformation $\theta_{t+1}(1+g'(x_{t+1}))\frac{p_{t+1}}{p_t}$ qui est le taux auquel l'épargne sous la forme de stock de ressource naturelle permet à un individu de déplacer de la consommation de la période t

à la période $t+1$. Les équations (6) et (7) ensembles impliquent la condition d'arbitrage pour les deux actifs à l'équilibre :

$$R_{t+1} = \theta_{t+1}(1+g'(x_{t+1}))\frac{p_{t+1}}{p_t} \tag{8}$$

Cette équation indique que le facteur d'intérêt doit être égal au gain en capital sur la ressource ajusté du facteur de croissance compte tenu de la qualité des droits de propriété. Quand les comportements d'épargne sont optimisés, l'équation (8) indique que la trajectoire de prix de la ressource s'ajuste par elle même à la qualité des droits de propriété. En d'autres termes, les firmes et le jeune paient pour le stock exactement ce qu'il vaut compte tenu de la qualité des droits de propriété. Nous considérons maintenant les conditions d'équilibre des différents marchés :

$$c_1^t + c_2^{t-1} = f(h_t) \tag{9}$$

est la condition d'équilibre du marché du bien de consommation.

$$x_{t+1} + \theta_t h_t = x_t + g(x_t) - (1-\theta_t)h_t \tag{10}$$

est la condition d'équilibre du marché du stock de ressource naturelle renouvelable.

$$s_t = 0 \tag{11}$$

Le fait que la condition d'arbitrage (équation (8)) est vérifiée, qu'il n'y ait qu'une sorte de consommateurs par génération (c.-à-d., pas d'hétérogénéité intra-générationnelle) et pas de dette gouvernementale contraint le marché financier à s'équilibrer sans épargne sous forme financière à chaque date t. Les profits sont :

$$\Pi(H_t, L_t) = F(H_t, L_t) - \theta_t p_t H_t - w_t L_t$$

Les conditions du premier ordre du problème de maximisation des profits par les firmes exprimées par tête sont :

$$f'(h_t) = \theta_t p_t \tag{12}$$

$$f(h_t) - h_t f'(h_t) = w_t. \tag{13}$$

Ces conditions déterminent les quantités demandée de facteurs de production H_t et L_t [2] en fonction de leurs coûts marginaux $\theta_t p_t$ et w_t. Les firmes concurrentielles n'ont aucun profit à l'optimum. Le prix de la ressource est endogène dans

2. Le marché du travail est également à l'équilibre et nous avons : $L_t = L \; \forall t$ car il n'y a pas de croissance de la population.

cette économie. Cependant, dans une analyse en équilibre partiel, on remarque que pour un prix de la ressource donné, le coût marginal de la ressource est diminué puisqu'une proportion $(1-\theta_t)$ est substituée au vieil individu par les firmes sans coûts. L'équation (12) définit la quantité de ressource extraite comme une fonction implicite de la qualité des droits de propriété ; pour un prix donné, la dérivée de cette fonction implicite [3] est négative puisque $f'' < 0$: plus les droits de propriété sur le stock de ressource sont partiels et plus la quantité de ressource capturée sera élevée. Quand $\theta_t \to 0$, nous avons : $h_t \to x_t + g(x_t)$: le stock de ressource est épuisé à la période t. Il s'agit d'une illustration de la tragédie des ressources communes quand les préférences intertemporelles sont quasi linéaires et les coûts d'extraction nuls [4]. L'équation (13), par ailleurs, définit le salaire comme une fonction implicite de la qualité des droits de propriété ; pour un prix donné de la ressource, la dérivée de cette fonction implicite est négative [5] : plus les droits de propriété sur le stock de ressource sont partiels, plus les salaires sont élevés. Nous définissons le sentier de croissance dans le paragraphe suivant.

3.2 *Sentier de croissance*

Dans cette économie, le lien entre les périodes t et $t+1$ est donné par la dynamique de la ressource et par les anticipations rationnelles sur le prix de la ressource et la qualité des droits de propriété [6]. En utilisant l'équation de transition pour le stock de ressource renouvelable (10) et les conditions du premier ordre du problème de maximisation des profits (12) et (13) pour éliminer les prix des intrants de la condition de premier ordre pour le stock de ressource (7), le sentier de croissance, pour un niveau de stock de ressource initial x_1, satisfait pour tout $t \geq 0$ les conditions suivantes :

$$x_{t+1} = x_t + g(x_t) - h_t \tag{14}$$

$$f'(h_{t+1})\beta\theta_t[1+g'(x_{t+1})] = u'[f(h_t) - f'(h_t)h_t - \frac{1}{\theta_t}f'(h_t)x_{t+1}]f'(h_t) \tag{15}$$

pour lesquelles nous avons également utilisé les contraintes budgétaires périodiques (3) et (4).

3. $\psi(h_t,\theta_t) = f'(h_t) - \theta_t p_t$ qui conduit à $\frac{\partial h_t}{\partial \theta_t} = \frac{p_t}{f''(h_t)} < 0$

4. Dans certains modèles de pêche, les coûts d'extraction croient quand le stock décroît, ce qui permet d'éviter l'épuisement du stock.

5. En utilisant les équations (12) et (13), nous avons $f''(h)dh = pd\theta$ et $f'(h)dh - f'(h)dh - hf''(h)dh = dw$ ce qui conduit à $\frac{dw}{d\theta} = -ph < 0$.

6. Il n'y a pas d'incertitude dans cette économie donc les anticipations rationnelles correspondent à des prévisions parfaites.

4. Équilibres stationnaires décentralisés : existence, nombre et propriétés de stabilité dynamique

Compte tenu de la nature durable des droits de propriété en tant qu'institution, l'étude se focalise sur les équilibres stationnaires du système dynamique définis par les équations (14) et (15). Par ailleurs, dans ce qui suit, nous supposons la qualité des droits de propriété constante au fil du temps, $\theta_t = \theta \ \forall t$. Avant de nous demander si ces équilibres stationnaires sont optimaux dans les sections 6 et 7, nous étudions d'abord les conditions d'existence de ces équilibres. Pour ce faire, nous adoptons l'approche de Koskela *et al.* (2002) adaptée à un contexte dans lequel les droits de propriété peuvent être partiels.

Si les équilibres stationnaires existent, ils sont solutions du système suivant obtenu de (14) et (15) avec $\Delta x_t = 0$ et $\Delta h_t = 0$:

$$h = g(x) \tag{16}$$

$$u'[f(h) - f'(h)(h + \frac{x}{\theta})] = \beta\theta[1 + g'(x)] \tag{17}$$

La condition d'existence devient donc :

$$(1 + g'[x_c(\theta)])\theta\beta \geq u'[c_{1m}(\theta)] \tag{18}$$

avec

$$x_c(\theta) = \arg\max[f(g(x)) - f'(g(x))(g(x) + \frac{x}{\theta})] \tag{19}$$

et

$$c_{1m}(\theta) = f[g(x_c(\theta))] - f'[g(x_c(\theta))][g(x_c[\theta]) + \frac{x_c(\theta)}{\theta}] \tag{20}$$

$c_{1m}(\theta)$ est la consommation stationnaire maximale de la première période. En d'autres termes, pour qu'un équilibre stationnaire existe, l'utilité marginale de la consommation maximale de première période doit être plus faible que les bénéfices actualisés, compte tenu de la qualité des droits de propriété, de la croissance du stock de ressource qui maximise cette consommation de première période. Si elle est plus élevée, il n'est pas optimal d'attendre pour consommer. Avec un facteur d'actualisation très faible ou des droits de propriété trop faibles, les agents peuvent ne pas vouloir attendre une période future pour consommer et donc aucun équilibre stationnaire décentralisé n'existe. Dans ce qui suit, nous appelons $\bar{\theta}$ la qualité minimale des droits de propriété pour laquelle un équilibre stationnaire existe.

Cette condition d'existence est-elle réellement restrictive ? Nous pouvons répondre en utilisant une illustration numérique. Si nous supposons que le taux de préférence pur pour le présent est de 2 % par an (ce qui est cohérent avec Arrow (1995)) et si on suppose que dans notre modèle une période dure 30 ans, nous avons $\beta = 0,55$. Avec des préférences logarithmiques pour la première période, avec une fonction de production Cobb-Douglas et une fonction de croissance de la ressource logistique similaire à celle utilisée dans l'illustration numérique du modèle de la section 7, nous trouvons $\bar{\theta} \simeq 0,8$.

Par ailleurs, comme nous sommes principalement intéressés par les situations dans lesquelles il y aura suraccumulation de la ressource à l'équilibre stationnaire en présence de droits complets, il est probable que cette condition soit vérifiée puisque ces situations exigent des facteurs d'actualisation élevés (taux de préférence pur pour le présent faibles) : dans notre illustration numérique, un facteur d'actualisation plus élevé que $\beta = 0,7158$ (qui correspond à $\bar{\theta} \simeq 0,65$) conduit à une suraccumulation.

Dans l'annexe, nous étudions le nombre d'équilibre stationnaire et leurs propriétés locales de stabilité dans des situations dans lesquelles l'équation (18) est vérifiée. Les résultats principaux de cette étude sont résumés dans la proposition suivante :

Proposition 1 *Quand la qualité des droits de propriété est considérée explicitement, dans le cas d'une fonction de croissance de la ressource strictement concave, avec deux équilibres stationnaires, l'équilibre stationnaire associé au stock de ressource naturelle le plus élevé est stable en point de selle alors que l'équilibre stationnaire associé au niveau de stock le plus faible est instable.*

Cette proposition 1 est une généralisation de la proposition 2 de Koskela *et al.* (2002). La proposition 2 de Koskela *et al.* était en effet obtenue sous l'hypothèse de droits complets. Nous montrons que dans la mesure où les équilibres stationnaires existent, les propriétés de stabilité des équilibres stationnaires ne dépendent pas de la qualité des droits de propriété.

5. Optimalité des équilibres stationnaires

Tel qu'indiqué par de la Croix et Michel (2002), dans une économie dynamique, considérée sur un horizon infini, dans laquelle les individus ont une durée de vie finie, deux dimensions de l'optimalité doivent être distinguées. D'une part, l'efficacité dynamique correspond à l'efficacité de la production permise par l'exploitation de la ressource quand la frontière de production est étendue sur un horizon infini. D'autre part, l'optimum du bien-être social dépend de l'utilité sur la durée de vie et donc de l'allocation intertemporelle de la consommation entre les individus contemporains de deux générations différentes et entre différentes générations. L'efficacité dynamique est nécessaire à l'optimisation du bien-être social mais n'est pas suffisante.

Par ailleurs, les auteurs montrent que les conditions pour une efficacité intergénérationnelle de long terme sont différentes selon que l'on considère à l'équilibre stationnaire la jeune génération seulement ou les deux générations contemporaines (à savoir les jeunes de la période précédente qui sont vieux aujourd'hui et les jeunes de la période courante). Nous suivons l'approche de Diamond (1965) qui définit la trajectoire dite de la règle d'or en excluant les jeunes devenus vieux [7]. Le problème du planificateur social est donc de maximiser le bien-être d'un individu représentatif sur sa durée de vie sous la contrainte d'égalité de la consommation totale et de la production :

$$\max_{(c_1,c_2,x)} W = u(c_1) + \beta c_2$$

sujet à :

$$h = g(x) \tag{21}$$

$$c_1 + c_2 = f(h) \tag{22}$$

Nous l'avons dit, deux dimensions de l'optimalité doivent être distinguées. Diamond (1965) indique ainsi que dans une économie où le capital et le travail sont utilisés comme facteurs de production, ce problème de maximisation se décompose naturellement en deux problèmes distincts : celui de l'optimisation du niveau de la contrainte de consommation ; et celui de l'allocation optimale de cette consommation entre les deux périodes de la vie. Dans notre modèle, la ressource et le travail sont les facteurs de production donc optimiser le niveau de la contrainte de consommation (équation (22)) signifie sélectionner la quantité capturée par tête optimale. Remarquons que l'optimalité de la quantité capturée est indépendante de l'allocation de la consommation entre les deux périodes. Les équations (21) et (22) définissent la quantité capturée par tête optimale comme solution de :

$$g'(x^*) = 0 \tag{23}$$

$$h^* = g(x^*) \tag{24}$$

avec x^* le niveau de stock par tête optimal et h^* la quantité capturée par tête optimale à l'équilibre stationnaire. On remarque que l'équation (23) définit le rendement maximal durable qui est le niveau de stock de ressource de la règle d'or et que l'équation (24) définit la quantité capturée de la règle d'or.

7. En d'autres termes, nous supposons que le planificateur social donne le même poids à chaque génération, c.-à-d., il n'y a pas d'actualisation sociale. Bien que cette hypothèse est fréquente en économie des ressources naturelles, un prolongement intéressant pourrait être de considérer l'impact de l'actualisation sociale sur nos résultats. Sur la base de nos recherches préliminaires, nos résultats tiennent pour des valeurs raisonnables du facteur d'actualisation social.

Le deuxième problème est de définir l'allocation intertemporelle optimale de cette consommation totale maximisée obtenue avec h^* et x^*. La solution du problème du planificateur social sujet aux contraintes (22), (23) et (24) est :

$$u'(c_1) = \beta \tag{25}$$

Dans la section suivante, nous comparons ces conditions d'optimalité avec les équilibres stationnaires décentralisés.

6. Droits de propriété optimaux

Dans notre économie, la qualité des droits de propriété est représentée par un paramètre unique. Il n'est en général pas possible de faire d'une pierre deux coups.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, le problème de l'efficacité de la production (qui correspond à celui de la maximisation de la consommation totale) et celui de l'optimisation de l'allocation intertemporelle de la consommation sont distincts. Dans ce qui suit, nous nous focalisons sur le premier problème : nous cherchons une qualité des droits de propriété qui maximise la consommation totale. Nous discutons du second problème à la fin de la section.

Soit $x_i^D(\theta)$, $i = 1,2$, qui représente les équilibres stationnaires décentralisés associés à la qualité des droits de propriété θ, $\theta \in [\bar{\theta}, 1]$. À l'équilibre stationnaire $x_i^D(\theta)$, $i = 1,2$, $h = g[x_i^D(\theta)] \geq 0$, (21) et (22) sont vérifiées, car ce sont des contraintes considérées dans le problème d'optimisation décentralisé. Le stock de ressource optimal et la quantité capturée optimale doivent vérifier les équations (23) et (24). Considérons d'abord le cas où les droits de propriété sont complets, $\theta = 1$, et focalisons-nous sur les équilibres stationnaires avec le stock le plus élevé. Koskela *et al.* (2002) ont montré que $x_2^D(1)$ peut ou non être optimal selon les valeurs de paramètres technologiques, de préférence et de dynamique de la ressource. Un équilibre Pareto optimal concurrentiel avec des droits de propriété complets est tel que :

$$g'(x^{*D}(1)) = 0 \tag{26}$$

L'ensemble des paramètres qui conduisent à un équilibre stationnaire inefficace en présence de droits complets est défini par :

$$g'[x^D(1)] < 0 \tag{27}$$

C'est à dire

$$x^D(1) > x^* \tag{28}$$

Nous devons montrer que dans les situations où l'équation (27) tient, $\theta^* \in [\bar{\theta}, 1]$ existe de façon à ce qu'à l'équilibre stationnaire, le stock et la quantité capturée soient à leurs niveaux optimaux de premier rang. Le niveau optimal de premier rang du stock de ressource est défini par l'équation (23). $\theta^* \in [\bar{\theta}, 1]$ doit vérifier :

$$x^D(\theta^*) = x^* \tag{29}$$

Pour une qualité donnée des droits de propriété, $x^D(\theta)$ est solution de l'équation (17) :

$$u'[f(h) - f'(h)(h + \frac{x}{\theta})] = \beta\theta[1 + g'(x)]$$

qui définit x comme une fonction implicite de θ :

$$\Omega(x, \theta) = u'[f(h) - f'(h)(h + \frac{x}{\theta})] - \beta\theta(1 + g'(x)) = 0 \tag{30}$$

Du théorème de la fonction implicite, nous savons que :

$$\frac{dx}{d\theta} = -\frac{\frac{d\Omega}{d\theta}}{\frac{d\Omega}{dx}}$$

De l'équation (18), nous savons qu'un équilibre stationnaire existe seulement si $g'(x) > -1 \ \forall \theta \in [\bar{\theta}, 1]$ car l'utilité marginale de la consommation est positive. Quand $-1 < g' < 0$, nous avons

$$\frac{\partial\Omega(x, \theta)}{\partial\theta} = \frac{x}{(\theta)^2} f'(h)u''(c_1) - \beta(1 + g'(x)) < 0$$

et, en se rappelant que $h = g(x)$ à l'équilibre stationnaire,

$$\frac{\partial\Omega(x, \theta)}{\partial x} = [-g'(x)f''(h)h - \frac{g'(x)f''(h)}{\theta}x - \frac{f'(h)}{\theta}]u''(c_1) - \beta\theta g''(x) > 0$$

Donc,

$$\frac{dx}{d\theta} > 0 \tag{31}$$

qui indique que plus les droits de propriété sont partiels, plus le stock de ressource est bas. Des équations (28) et (31), nous trouvons que $\theta^* < 1$. Montrons que $\theta^* \geq \bar{\theta}$. Quand $\theta = \bar{\theta}$, nous avons

$$u'[f(h) - f'(h)(h + \frac{x}{\bar{\theta}})] - \beta\bar{\theta}(1 + g'(x)) = 0 \tag{32}$$

De l'équation (18), nous savons que $x_c(\bar{\theta})$ est solution de l'équation (32). $x_c(\bar{\theta})$ est le niveau de stock qui maximise la consommation de la première période. Nous savons que toute capture correspondant à un niveau de stock au-delà du rendement maximal durable peut aussi être atteinte avec un niveau de stock en dessous du rendement maximal durable. Par ailleurs, pour tout niveau de capture, une consommation plus élevée sera atteinte avec un niveau de stock plus bas [8]. Donc, afin de maximiser la consommation de première période, $x_c(\bar{\theta})$ doit être tel que $x_c(\bar{\theta}) \leq x^*$. Ainsi, $\theta^* \geq \bar{\theta}$ signifie que la condition d'existence de l'équilibre stationnaire demeure vérifiée. En utilisant les équations (17), (23) et (24), θ^* est solution de

$$u'[f(h^*) - f'(h^*)(h^* + \frac{x^*}{\theta^*})] = \beta\theta^* \tag{33}$$

Proposition 2 *Quand une économie à générations imbriquées avec ressource naturelle renouvelable, parfaitement concurrentielle, est dynamiquement inefficace, il existe toujours une qualité des droits de propriété sur la ressource qui se traduit par des droits de propriété partiels qui conduit aux équilibres stationnaires des niveaux de stock et de capture optimaux de premier rang.*

De l'équation (33), il est aussi clair que la qualité optimale des droits de propriété dépend des préférences, de la technologie et du stock de ressource. Finalement, on peut vérifier que θ^* ne résout pas le problème de l'allocation intertemporelle optimale de la consommation maximisée (équation (25)). Cependant, les droits de propriété sur le travail et sur la production sont supposés complets dans le présent article. On peut montrer par exemple, dans une économie dans laquelle le capital est le facteur de production, qu'une qualité optimale des droits de propriété sur le revenu du travail, qui ne définit pas nécessairement des droits complets, peut optimalement allouer la consommation totale maximisée entre les deux périodes de la vie (Croutzet, 2019).

7. Illustrations numériques

Afin de mieux mettre en évidence les propriétés du modèle et de contraster nos résultats avec ceux en présence de droits complets, nous reprenons les mêmes formes fonctionnelles traditionnelles et les mêmes valeurs des paramètres que celles utilisées par Koskela *et al.* (2002). Nous supposons que les formes fonctionnelles de la fonction d'utilité de la première période, de la fonction de production et de la fonction de croissance de la ressource sont les suivantes :

$$u(c_1) = \ln c_1 \tag{34}$$

$$f(h) = h^{\alpha} \text{ avec } 0 < \alpha < 1 \tag{35}$$

$$g(x) = ax - \frac{1}{2}bx^2 \tag{36}$$

8. $\left.\frac{dc_1}{dx}\right|_{h \text{ constant}} = -\frac{f'}{\theta} < 0.$

Les paramètres économiques intéressants sont l'élasticité de la production au facteur ressource α et le facteur d'actualisation β. L'équation (36) est une fonction de croissance logistique de la ressource renouvelable. Avec ces formes fonctionnelles, les équations (16) et (17) se réduisent à :

$$h = ax - \frac{1}{2}bx^2 \tag{37}$$

$$\frac{1}{(1-\alpha)h^{\alpha} - \alpha h^{\alpha-1}\frac{x}{\theta}} = \beta\theta(1+a-bx) \tag{38}$$

La situation où Koskela *et al.* (2002) trouvent des équilibres stationnaires inefficaces avec droits de propriété complets (quand $\theta = 1$) est reproduite en choisissant $a = 1$, $b = 0,001$ et $\alpha = 0,15$ qui impliquent que les niveaux de stock et de capture de la règle d'or sont $\hat{x} = 1000$ et $\hat{h} = 500$. Quatre scénarios résumés dans le tableau 1 sont envisagés. Les niveaux de stock de ressource et de capture de la règle d'or dépendent des paramètres de la fonction de croissance de la ressource et sont les mêmes pour les quatre scénarios. Une économie parfaitement concurrentielle est considérée dans les quatre scénarios en dehors de droits partiels supposés dans les scénarios 3 et 4. Le scénario 1 illustre une situation dans laquelle une économie à générations imbriquées a un équilibre décentralisé stationnaire au niveau de stock le plus élevé qui est Pareto optimal ; les niveaux de stock de ressource et de capture sont à leurs niveaux de règle d'or ; l'utilité intertemporelle est optimisée. Dans le scénario 2, le facteur d'actualisation est $\beta = 0,90$, les droits de propriété sont complets : l'économie à générations imbriquées présente de l'inefficacité dynamique ; à l'équilibre stationnaire décentralisé le niveau de stock est au-dessus de celui de la règle d'or, la quantité capturée est en dessous de son niveau de règle d'or. Comme $x_2^D > \hat{x}$, la condition d'optimalité $g'(x_2^D) \geq 0$ n'est pas vérifiée : x_2^D est inefficace en présence de droits complets. C'est un équilibre en point de selle, car c'est l'équilibre stationnaire avec le stock le plus élevé. Le scénario 3 diffère du scénario 2 en ce sens que les droits de propriété ne sont plus complets. Nous avons calculé la qualité optimale des droits de propriété en utilisant l'équation (38) et avons trouvés $\theta^* = 0,8675$. L'équilibre stationnaire décentralisé avec le stock le plus élevé correspond alors aux niveaux de stock de ressource et de capture optimaux de premier rang : ceux de la règle d'or.

En d'autres termes, afin d'atteindre les niveaux de stock de ressource et de capture optimaux de premier rang, la firme doit pouvoir capturer 13,25 % du stock du vieil agent sans le payer. Si les droits de propriété étaient complets, l'équilibre stationnaire avec le stock le plus élevé ne serait pas optimal (situation du scénario 2). Dans le scénario 4, nous considérons une qualité des droits de propriété, $\theta = 0,8$, plus faible que la qualité optimale, notre économie à générations imbriquées présente maintenant de l'inefficacité en raison de droits de propriété trop faibles : à l'équilibre stationnaire décentralisé le stock de ressource et la quantité de ressource capturée sont en dessous de leurs niveaux optimaux de la règle d'or. La ressource est surexploitée.

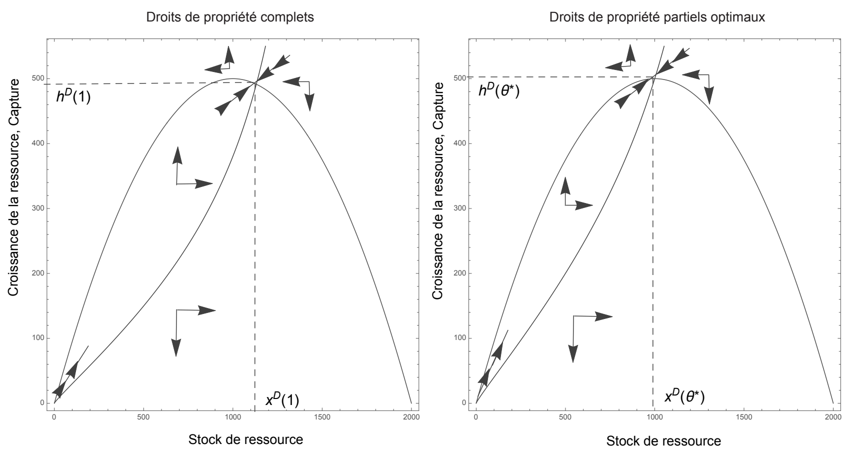
TABLEAU 1

ILLUSTRATIONS NUMÉRIQUES

	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	Scénario 4
Niveau de stock de la règle d'or	1000	1000	1000	1000
Quantité capturée de la règle d'or	500	500	500	500
Facteur d'actualisation	0,7158	0,9	0,9	0,9
Qualité des droits de propriété	1	1	0,8675	0,8
Niveau de stock	1000	1131,09	1000	914,386
Quantité capturée	500	491,408	500	496,374
Production	2,54007	2,53347	2,54007	2,5373
Prix de la ressource	0,000762	0,000773	0,000878	0,000958
Salaire	2,15906	2,15345	2,15906	2,1567
Consommation de la première période	1,39704	1,27875	1,28072	1,27989
Consommation de la seconde période	1,14303	1,25473	1,25935	1,25741
Utilité de la première période	0,334354	0,245879	0,247421	0,246774
Utilité de la deuxième période	1,14303	1,25473	1,25935	1,25741
Utilité intertemporelle	1,15254	1,37513	1,38084	1,37844

GRAPHIQUE 1

DIAGRAMME DES PHASES AVEC DROITS COMPLETS ET DROITS PARTIELS OPTIMAUX



Le sous-graphique du côté gauche du graphique 1 illustre une situation dans laquelle les droits de propriété sont complets et montre que l'équilibre stationnaire avec le stock le plus élevé est inefficace, car il est situé à la droite du rendement maximal durable $x^D(1) = 1131,09 > \hat{x} = 1000$ et $h_2^D(1) = 491,408 < \hat{h} = 500$. Le sous-graphique du côté droit du graphique 1 illustre une situation dans laquelle des droits de propriété sont optimalement partiels et montre que l'équilibre stationnaire est optimal $(x(\theta^*) = \hat{x}; h(\theta^*) = \hat{h})$ et stable en point de selle.

CONCLUSION

Des droits de propriété complets sur un stock de ressource peuvent conduire à une suraccumulation de la ressource à l'équilibre stationnaire. Quand les droits de propriété sont complets et que l'économie présente de l'inefficacité dynamique, les ménages s'approprient une partie de la ressource qui devrait optimalement être utilisée dans le processus de production. En d'autres termes, bien que les inefficacités peuvent être la conséquence d'institutions trop faibles qui permettent le vol, elles peuvent également provenir d'institutions trop fortes. Des institutions optimales peuvent impliquer des droits de propriété partiels. Dans cet article, nous avons montré qu'il existe toujours une qualité des droits de propriété, qui ne correspond pas nécessairement à des droits complets, qui conduit à des niveaux de capture et de stock de ressource optimaux de premier rang à l'équilibre stationnaire. Des droits de propriété partiels optimaux accroissent le bien-être intertemporel de tous les individus. Nous avons également montré que les équilibres stationnaires optimaux avec droits partiels sont stables en point de selle. La surpêche, la déforestation, les espèces en danger sont souvent les conséquences d'institutions trop faibles. Bien que les droits de propriété doivent être renforcés dans ces situations, ils n'ont pas toujours besoin d'être complets pour atteindre l'optimum. Des institutions fortes, efficaces correspondent parfois à des institutions dans lesquelles les droits de propriété sont partiels. Au-delà d'une certaine qualité des droits de propriété, les renforcer alors davantage est inefficace.

Dans une économie à générations imbriquées dans laquelle le capital physique plutôt qu'une ressource renouvelable est utilisé comme support d'épargne, on peut supposer sur la base des résultats du présent article qu'en présence d'inefficacité dynamique, l'accumulation efficace de capital peut être atteinte quand les individus ne peuvent pas s'approprier l'intégralité du rendement de leur épargne. Cependant, le capital physique traditionnel diffère d'une ressource naturelle renouvelable. D'abord, les services du stock de capital au complet, pas une partie extraite de ce stock, sont utilisés comme intrants dans le processus de production. Par ailleurs, la dépréciation du capital est toujours une contribution négative au stock de capital physique tandis qu'aux niveaux de stocks pertinents, la croissance de la ressource augmente le stock de ressource naturelle. Malgré ces différences, Croutzet (2019) montre que l'efficacité exige dans ce cas aussi des droits de propriété partiels sur certains biens de l'économie.

ANNEXE

A. ÉTUDE DU NOMBRE ET DES PROPRIÉTÉS DE STABILITÉ DYNAMIQUE DES ÉQUILIBRES STATIONNAIRES

A.1 *Nombre d'équilibres stationnaires*

Afin de déterminer le nombre d'équilibres stationnaires, nous devons d'abord définir les deux isoclines correspondant au système d'équations (14) et (15) puis comparer leurs pentes pour voir quand et comment elles se croisent. La première isocline est obtenue de l'équation (14) quand, $\Delta x_t = 0$ mais h_t peut varier avec le temps :

$$h_t = g(x) \tag{39}$$

Pour la deuxième isocline, celle associée avec l'équation d'Euler, il est utile de voir que l'équation (15) définit h_t comme une fonction implicite de x_{t+1} puis, en utilisant (14) de considérer cette fonction implicite quand $\Delta h_t = 0$ et x_t peut varier avec le temps [9] :

$$\Psi(h, x_t) = 0$$

avec :

$$\begin{aligned}\Psi(h, x_t) = {} & u'[f(h) - f'(h)h - \frac{1}{\theta} f'(h)(x_t + g(x_t) - h)] \\ & - \beta\theta[1 + g'(x_t + g(x_t) - h)]\end{aligned} \tag{40}$$

La pente de (39) est :

$$\left.\frac{dh_t}{dx_t}\right|_{\Delta x_t = 0} = g'(x) \tag{41}$$

La pente de (40) est $\left.\frac{dh_t}{dx_t}\right|_{\Delta h_t = 0} = -\frac{\Psi_x(h, x_t)}{\Psi_h(h, x_t)}$ qui conduit à :

$$\left.\frac{dh_t}{dx_t}\right|_{\Delta h_t = 0} = \frac{(u'' \frac{f'}{\theta} + \beta\theta g'')(1 + g')}{u''[f' - f''(\frac{x}{\theta} + h)] + \beta\theta g''} > 0 \tag{42}$$

Alors que la pente définie par (41) peut être positive, nulle ou négative, la pente définie par (42) est toujours positive au voisinage d'un équilibre compte tenu des hypothèses sur la fonction d'utilité et parce qu'à l'équilibre stationnaire, on a $(1 + g') = \frac{R}{\theta} > 0$. Il est aussi possible de montrer que $(h = 0, x = 0)$ est un point de (39)

9. En gardant à l'esprit que la qualité des droits de propriété est maintenant constante.

avec $(h > 0, x = 0)$ un point de (40) [10]. Nous trouvons que quand les conditions d'existence sont vérifiées (c.-à-d., l'équation (18) est vérifiée), il y en a deux, sauf dans le cas rare dans lequel la courbe de l'équation d'Euler et celle de la croissance du stock sont tangentes l'une avec l'autre. Par ailleurs, quand deux équilibres stationnaires existent, l'isocline associée avec l'équation d'Euler croise nécessairement la courbe de croissance par le dessus puis par le dessous. Sur la partie de la courbe où $g'(x) \leq 0$, il ne peut y avoir qu'un équilibre stationnaire parce que la pente de l'équation d'Euler (équation (42)) est toujours positive. Dans ce qui suit, nous nous focalisons sur le cas de deux équilibres stationnaires ; c.-à-d., quand l'isocline associée à l'équation d'Euler coupe la courbe de croissance par le dessus dans le cas de l'équilibre avec le niveau de stock de ressource le plus faible :

$$\left.\frac{dh_t}{dx_t}\right|_{\Delta h_t=0} < \left.\frac{dh_t}{dx_t}\right|_{\Delta x_t=0}$$

L'isocline associée à l'équation d'Euler coupe la courbe de croissance par le dessous dans le cas de l'équilibre avec le niveau de stock de ressource le plus élevé :

$$\left.\frac{dh_t}{dx_t}\right|_{\Delta h_t=0} > \left.\frac{dh_t}{dx_t}\right|_{\Delta x_t=0}$$

Nous appelons x_1^D et x_2^D ces équilibres stationnaires décentralisés avec $x_1^D < x_2^D$.

A.2 *Propriété de stabilité des équilibres stationnaires*

Pour étudier les propriétés de stabilité des équilibres stationnaires, les différentes phases du système dynamique sont définies (un diagramme des phases correspondant à des valeurs données des paramètres est tracé dans la section 7 – graphique 1), puis les propriétés de stabilité locales sont déterminées.

A.2.1 *Les phases du système dynamique*

Les trajectoires, pour lesquelles $x_{t+1} \geq x_t$ et $h_{t+1} \geq h_t$, sont considérées. Il suit de (14) que :

$$x_{t+1} \geq x_t \iff g(x_t) \geq h_t$$

10. Quand la qualité des droits de propriété est considérée explicitement, la démonstration de Koskela *et al.* (2002) doit être modifiée de la manière suivante : quand $x \to 0$, le second terme de la partie droite de l'équation (40) tend vers un nombre fini quand $\theta \in [\bar{\theta}, 1]$. Pour que $\Psi = 0$ soit vérifiée, le premier terme du coté droit de l'équation (40) doit aussi tendre vers un nombre fini. Koskela *et al.* (2002) montrent que cela se produit pour une valeur finie strictement positive de h.

Par conséquent, dans l'espace $\{x,h\}$, x croît à l'intérieur de la zone délimitée par $g(x_t)$ et x décroît en dehors de cette zone. Il suit de (15) et de nos hypothèses sur la fonction de production que :

$$h_{t+1} \geq h_t \iff f'(h_{t+1}) \leq f'(h_t) \iff \frac{u'[f(h_t) - f'(h_t)h_t - \frac{1}{\theta} f'(h_t)x_{t+1}]}{\beta\theta[1+g'(x_{t+1})]} \leq 1$$

Cela définit la zone au-dessus de l'isocline $\Delta h_t = 0$. Donc, h croît au-dessus de l'isocline $\Delta h_t = 0$ et décroît en-dessous.

A.2.2 *Propriétés de stabilités locales*

Les équations (14) et (15) peuvent être réécrites :

$$x_{t+1} = x_t - h_t + g(x_t) = G(x_t, h_t) \tag{43}$$

$$f'(h_{t+1}) = [\frac{u'[f(h_t) - f'(h_t)h_t - \frac{1}{\theta} f'(h_t)x_{t+1}]}{\beta\theta[1+g'(x_{t+1})]}]f'(h_t) \tag{44}$$

En substituant (43) dans (44), nous obtenons :

$$\begin{aligned}\Xi(x_t,h_t) &= f'(h_{t+1}) \\ &\quad - [\frac{u'[f(h_t) - f'(h_t)h_t - \frac{1}{\theta} f'(h_t)[x_t - h_t + g(x_t)]]}{\beta\theta[1+g'(x_t - h_t + g(x_t))]}]f'(h_t) = 0\end{aligned} \tag{45}$$

qui définit une fonction implicite pour h_{t+1} qui a deux variables :

$$h_{t+1} = F(x_t, h_t) \tag{46}$$

Le système décrivant la dynamique du stock de ressource et de la capture est défini par les équations (43) et (46). La stabilité des équilibres stationnaires dépend des valeurs propres de la matrice Jacobienne des dérivées partielles du système :

$$J = \begin{bmatrix} G_x & G_y \\ F_x & F_y \end{bmatrix}$$

Le déterminant de la matrice Jacobienne est $D = G_x F_h - G_h F_x$ et la trace est $T = G_x + F_h$. Le polynôme caractéristique est :

$$p(\zeta) = \zeta^2 - T\zeta + D = 0$$

De la théorie sur la stabilité des équations de récurrence (Azariadis, 1993), nous savons que, pour un équilibre en point de selle, les racines de $p(\lambda)$ doivent être de chaque côté de l'unité. Ainsi, on a besoin que $D - T + 1 < 0$ et $D + T + 1 > 0$ ou $D - T + 1 > 0$ et $D + T + 1 < 0$. Nous trouvons :

$$G_x(x_t,h_t) = 1+g'(x_t)$$
$$G_h(x_t,h_t) = -1$$

et le théorème de la fonction implicite nous donne :

$$F_{x_t} = -\frac{\Xi_{x_t}(x_t,h_t)}{\Xi_{h_{t+1}}(x_t,h_t)} \text{ and } F_{h_t} = -\frac{\Xi_{h_t}(x_t,h_t)}{\Xi_{h_{t+1}}(x_t,h_t)}$$

C'est à dire,

$$\begin{aligned} F_x(x_t,h_t) &= \frac{1}{\beta\theta f''(h_{t+1})}\left[\frac{-\frac{1}{\theta}(f'(h_t))^2u''(c_t)[1+g'(x_t)]}{(1+g'(x_{t+1}))}\right] \\ &\quad - \frac{1}{\beta\theta f''(h_{t+1})}\left[\frac{f'(h_t)u'(c_t)g''(x_{t+1})(1+g'(x_t))}{[(1+g'(x_{t+1}))]^2}\right] \\ F_h(x_t,h_t) &= \frac{1}{\beta\theta f''(h_{t+1})}\left[\frac{f''(h_t)u'(c_t)}{(1+g'(x_{t+1}))}\right] \\ &\quad + \frac{1}{\beta\theta f''(h_{t+1})}\left[\frac{f'(h_t)u''(c_t)[\frac{f'(h_t)}{\theta} - f''(h_t)(\frac{x_t+g(x_t)-h_t}{\theta}+h_t)]}{(1+g'(x_{t+1}))}\right] \\ &\quad + \frac{1}{\beta\theta f''(h_{t+1})}\left[\frac{f'(h_t)u'(c_t)g''(x_{t+1})}{(1+g'(x_{t+1}))^2}\right] \end{aligned}$$

En évaluant les éléments de la matrice Jacobienne à l'équilibre stationnaire et en utilisant le fait que $u' = \beta\theta(1+g')$ et $h = g$:

$$G_x(x_t,h_t) = 1+g'$$
$$G_h(x_t,h_t) = -1$$

$$F_x(x_t,h_t) = \frac{-\frac{1}{\theta}(f')^2u'' - f'\beta\theta g''}{\beta\theta f''} < 0$$

$$F_h(x_t,h_t) = 1 + \frac{\frac{(f')^2}{\theta}u''}{\beta\theta f''(1+g')} - \frac{f'u''[\frac{x}{\theta}+h]}{\beta\theta(1+g')} + \frac{f'g''}{(1+g')f''} > 0$$

Sur la base des dérivées partielles, la trace T et le déterminant D du polynôme caractéristique peuvent être calculés de la manière suivante :

$$\begin{aligned} D &= G_xF_h - G_hF_x \\ &= (1+g') + \frac{\frac{(f')^2}{\theta}u''}{\beta\theta f''} - \frac{f'u''[\frac{x}{\theta}+h]}{\beta\theta} + \frac{f'g''}{f''} + \frac{-\frac{1}{\theta}(f')^2u'' - f'\beta\theta g''}{\beta\theta f''} \end{aligned}$$

qui se simplifie comme :

$$D = (1+g') - \frac{f'u''[\frac{x}{\theta}+h]}{\beta\theta} > 0$$

et

$$\begin{aligned} T &= G_x + F_h \\ &= 2+g' + \frac{\frac{(f')^2}{\theta}u''}{\beta\theta f''(1+g')} - \frac{f'u''[\frac{x}{\theta}+h]}{\beta\theta(1+g')} + \frac{f'g''}{(1+g')f''} > 1 \end{aligned}$$

Il est facile d'observer que $D+T+1>0$ est vérifié. Les propriétés de stabilité des équilibres stationnaires dépendent donc maintenant crucialement du signe de $D-T+1$. En calculant $D-T+1$ nous trouvons :

$$\frac{1}{\beta\theta}\left[-f'u''[\frac{x}{\theta}+h][\frac{g'}{1+g'}] - \frac{f'}{f''(1+g')}(\frac{f'}{\theta}u''+\beta\theta g'')\right] \tag{47}$$

Pour déterminer le signe de $D-T+1$, nous comparons les pentes de la courbe de croissance et la condition d'optimisation du problème du consommateur à l'équilibre stationnaire. À l'équilibre stationnaire, la pente de l'équation d'Euler est :

$$\left.\frac{dh_t}{dx_t}\right|_{\Delta h_t=0, \Delta x_t=0} = \frac{(u''\frac{f'}{\theta}+\beta\theta g'')}{-f''u''(\frac{x}{\theta}+h)} > 0$$

À l'équilibre stationnaire avec le niveau de stock le plus élevé, la condition du premier ordre du problème du consommateur coupe la fonction de croissance par dessous et nous avons :

$$\frac{(u''\frac{f'}{\theta}+\beta\theta g'')}{-f''u''(\frac{x}{\theta}+h)} > g'$$

qui peut être réécrit, en gardant à l'esprit que

$$-f''u''[\tfrac{x}{\theta}+h] < 0,$$

$$0 < g'(-f''u''(\frac{x}{\theta}+h)) - (\frac{f'}{\theta}u''+\beta\theta g'')$$

Finalement, en multipliant les deux côtés par f' et en divisant les deux côtés par $f''<0$ et $1+g'$, nous obtenons :

$$0 > -f'u''(\frac{x}{\theta}+h)][\frac{g'}{1+g'}] - \frac{f'}{f''(1+g')}(\frac{f'}{\theta}u''+\beta\theta g'') \tag{48}$$

Si on multiplie les deux côtés de l'équation (48) par $\frac{1}{\beta\theta}$ cela conduit à :

$$\frac{1}{\beta\theta}\left[-f'u''[\frac{x}{\theta}+h][\frac{g'}{1+g'}]-\frac{f'}{f''(1+g')}(\frac{f'}{\theta}u''+\beta\theta g'')\right]<0 \tag{49}$$

Le coté gauche de l'équation (49) est $D-T+1$ (équation (47)) ce qui prouve que $D-T+1<0\forall\theta\in[\bar{\theta},1]$.

BIBLIOGRAPHIE

ARROW, K. J. (1995) : « Effet de serre et actualisation », *Revue de l'énergie*, 46(471), 631–636.

AZARIADIS, C. (1993) : *Intertemporal Macroeconomics*. Blackwell.

BALESTRA, C., T. BRECHET et S. LAMBRECHT (2010) : « Property rights with biological spillovers : when Hardin meets Meade », *Core Discussion Paper*, 71.

BRÉCHET, T. et S. LAMBRECHT (2011) : « Renewable resource and capital with a joy-of-giving resource bequest motive », *Resource and Energy Economics*, 33(4), 981–994.

BRETON, M. et M. Y. KEOULA (2014) : « A great fish war model with asymmetric players », *Ecological economics*, 97, 209–223.

CASS, D. (1972) : « On capital overaccumulation in the aggregative, neoclassical model of economic growth : A complete characterization », *Journal of Economic Theory*, 4(2), 200–223.

COPELAND, B. R. et M. S. TAYLOR (2009) : « Trade, tragedy, and the commons », *American Economic Review*, 99(3), 725–49.

COSTELLO, C., N. QUÉROU et A. TOMINI (2015) : « Partial enclosure of the commons », *Journal of Public Economics*, 121, 69–78.

COSTELLO, C. J. et D. KAFFINE (2008) : « Natural resource use with limited-tenure property rights », *Journal of Environmental Economics and Management*, 55(1), 20–36.

CROUTZET, A. (2019) : « Overlapping generations, growth and the optimal quality of property rights », *Mimeo*.

CROUTZET, A. et P. LASSERRE (2017) : « Optimal completeness of property rights on renewable resources in the presence of market power », *Resource and Energy Economics*, 49, 16–32.

DE LA CROIX, D. et P. MICHEL (2002) : *A Theory of Economic Growth*. Cambridge University Press.

DIAMOND, P. A. (1965) : « National debt in a neoclassical growth model », *The American Economic Review*, 55(5), 1126–1150.

DUPONT, D. P. et R. Q. GRAFTON (2000) : « Multi-species individual transferable quotas : the Scotia-Fundy mobile gear groundfishery », *Marine Resource Economics*, 15(3), 205–220.

ENGEL, E. et R. FISCHER (2008) : « Optimal resource extraction contracts under threat of expropriation », *NBER Working Papers*, 13742.

FARMER, K. et B. BEDNAR-FRIEDL (2010) : *Intertemporal resource economics : An introduction to the overlapping generations approach*. Springer Science & Business Media.

FREDERICK, S., G. LOEWENSTEIN et T. O'DONOGHUE (2002) : « Time discounting and time preference : A critical review », *Journal of economic literature*, 40(2), 351–401.

KARP, L. et A. REZAI (2014) : « The political economy of environmental policy with overlapping generations », *International Economic Review*, 55(3), 711–733.

KEMP, M. C. et N. V. LONG (1979) : « The under-exploitation of natural resources : a model with overlapping generations », *Economic Record*, 55(3), 214–221.

KOSKELA, E., M. OLLIKAINEN et M. PUHAKKA (2002) : « Renewable resources in an overlapping generations economy without capital », *Journal of Environmental Economics and Management*, 43(3), 497–517.

MILLER, S. et B. NKUIYA (2016) : « Coalition formation in fisheries with potential regime shift », *Journal of Environmental Economics and Management*, 79, 189–207.

MIRMAN, L. J. et T. TO (2005) : « Strategic resource extraction, capital accumulation and overlapping generations », *Journal of Environmental Economics and Management*, 50(2), 378–386.

MOURMOURAS, A. (1991) : « Competitive equilibria and sustainable growth in a life-cycle model with natural resources », *The Scandinavian Journal of Economics*, 93(4), 585–591.

OLSON, L. J. et K. C. KNAPP (1997) : « Exhaustible resource allocation in an overlapping generations economy », *Journal of Environmental Economics and Management*, 32(3), 277–292.

SAMUELSON, P. A. (1937) : « A note on measurement of utility », *The review of economic studies*, 4(2), 155–161.

SCHOONBROODT, A. et M. TERTILT (2014) : « Property rights and efficiency in OLG models with endogenous fertility », *Journal of Economic Theory*, 150, 551–582.

SCOTT, A. (2008) : *The evolution of resource property rights*. Oxford University Press.