

## Comparaison performance-taille des fonds mutuels par une analyse multicritère

Jean-Marc Martel, Nabil T. Khoury and Bouchra M'Zali

Volume 67, Number 3, septembre 1991

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/602040ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/602040ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (print)

1710-3991 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

Martel, J.-M., Khoury, N. T. & M'Zali, B. (1991). Comparaison performance-taille des fonds mutuels par une analyse multicritère. *L'Actualité économique*, 67(3), 306-324. <https://doi.org/10.7202/602040ar>

Article abstract

The purpose of this paper is to verify if some risk-return characteristics of mutual funds are clearly related to their size. Assuming a multidimensional setting where various funds characteristics can be explicitly and simultaneously considered. The paper applies PROMETHEE methodology, based on outranking relations, to make this verification.

Such a multicriterion analysis also allows an explicit measure of the impact of the weight given to each criterion on the performance of the funds.

## COMPARAISON PERFORMANCE-TAILLE DES FONDS MUTUELS PAR UNE ANALYSE MULTICRITÈRE\*

Jean-Marc MARTEL

Nabil T. KHOURY

Bouchra M'ZALI

*Faculté des sciences de l'administration*

*Université Laval*

**RÉSUMÉ** — L'objet de cette étude est de vérifier si certaines caractéristiques de «risque et de rendement» des fonds mutuels sont clairement reliées à la taille de ces fonds. On se place donc dans un contexte multidimensionnel, où l'on cherche à prendre simultanément en compte les diverses caractéristiques d'un tel placement. Cette vérification est effectuée à l'aide d'une analyse multicritère s'inspirant de la méthode PROMETHEE, laquelle se fonde sur des relations de surclassement.

Ce type d'analyse permet également d'explicitier l'impact que peut avoir l'importance relative accordée aux critères, sur la performance des fonds.

**ABSTRACT** — The purpose of this paper is to verify if some risk-return characteristics of mutual funds are clearly related to their size. Assuming a multidimensional setting where various funds characteristics can be explicitly and simultaneously considered. The paper applies PROMETHEE methodology, based on outranking relations, to make this verification.

Such a multicriterion analysis also allows an explicit measure of the impact of the weight given to each criterion on the performance of the funds.

### INTRODUCTION

Depuis quelques temps, le débat concernant les résultats comparatifs des fonds mutuels de petite et de grande taille se poursuit. D'un côté, les tenants des fonds mutuels de grande taille (c'est-à-dire les fonds dont les actifs dépassent 100 M \$) soutiennent que ceux-ci, du fait même de leur volume, offrent un rendement supérieur : ils diminuent les coûts pour les actionnaires, améliorent la stabilité du portefeuille en amortissant l'impact de quelques mauvais choix d'actions et fournissent

---

\* Les auteurs désirent souligner la collaboration fort appréciée de Marc Veilleux et Éric Bouffard. Ils désirent également remercier les deux arbitres anonymes ainsi que Pierre Fortin pour leurs commentaires fort utiles.

Cette recherche a bénéficié d'un soutien financier du FCAR et du CRSH.

un avantage comparatif en permettant d'engager un plus grand nombre d'analystes en plus d'être favorisés lors de nouvelles émissions attrayantes sur le marché primaire. À l'inverse, les défenseurs des fonds mutuels de petite taille invoquent que la moins grande inertie et la plus grande flexibilité de ceux-ci pour remanier leur portefeuille permettent d'obtenir un meilleur rendement. Comme ces arguments l'indiquent, la nature de la relation entre la taille des fonds mutuels et leur performance est une question essentiellement empirique qui dépend de la définition que l'on donne à la performance.

Les études publiées jusqu'à présent, tant dans les revues académiques que professionnelles, ne fournissent aucune raison fondamentale qui démontre que les fonds de grande taille ont un meilleur rapport risque-rendement que celui des fonds de petite taille ou *vice versa*. Par conséquent, nous cherchons à vérifier l'hypothèse selon laquelle il n'existe aucune corrélation entre le classement des fonds mutuels selon leur taille et leur classement selon plusieurs caractéristiques de risque et de rendement.

On présente, dans cet article, une nouvelle application d'une méthodologie selon laquelle l'évaluation de la «performance» se base sur plusieurs caractéristiques de risque et de rendement des fonds mutuels que les épargnants sont susceptibles de considérer lors de leur décision pour un tel investissement. L'objectif est donc de vérifier s'il existe une relation entre la taille des fonds mutuels et leur performance ainsi définie.

Dans le cadre de cette étude, nous avons utilisé un échantillon qui a été composé à partir des 100 meilleurs fonds classés par le *Financial Post* dans le *Survey of Funds* de juin 1989. Nous avons retenu parmi les 100 fonds, tous ceux qui présentent une information complète sur l'ensemble des critères utilisés. C'est ainsi que notre échantillon final comprend 75 fonds de tailles variées. De cet échantillon, 36 sont des fonds spécialisés en actions canadiennes, 9 spécialisés en actions américaines, 14 spécialisés en titres à revenus fixes, 6 ont des portefeuilles «balancés» comprenant des titres à revenus fixes ainsi que des titres à revenus variables, 2 n'investissent que dans des titres japonais alors que 8 optent pour une diversification internationale en actions.

Ce document comprend quatre parties. Dans un premier temps, nous présentons une revue de la littérature qui permet de faire un bref survol des principaux travaux effectués dans ce domaine et de dégager les critères que nous retiendrons pour les fins de cette étude. Dans un deuxième temps, une méthode multicritère permettant de traiter simultanément les divers critères identifiés précédemment sera décrite. La relation entre les classements obtenus par le biais de cette méthode et la taille des fonds composant notre échantillon sera ensuite examinée dans la troisième partie. Les différentes conclusions de l'étude font l'objet de la dernière partie de ce document.

## I. REVUE DE LA LITTÉRATURE

Plusieurs chercheurs se sont penchés sur le problème d'évaluation de la performance des fonds mutuels. Ils se sont surtout attardés à comparer la performance

des fonds mutuels à celle d'une stratégie naïve dite de *buy and hold*. Plus précisément, leurs recherches ont porté sur une comparaison entre le rapport risque-rendement obtenu en moyenne par les fonds mutuels et celui qu'on obtiendrait à l'équilibre en combinant le titre sans risque avec le portefeuille du marché.

Du côté canadien, Calvet et Lefoll [1980] ont examiné la performance d'un échantillon de 17 fonds n'investissant que dans des titres canadiens, pour la période 1966 à 1975. Leur échantillon était composé de fonds de croissance et de fonds à revenu fixe. De plus, leur étude portait sur les rendements réalisés de ces fonds avec et sans correction pour l'inflation. Les résultats qu'ils ont obtenus montrent que dans les deux cas, les fonds de leur échantillon n'ont pas rapporté en moyenne plus que le rendement anticipé corrigé pour le risque. Grant [1976] est arrivé à des conclusions similaires en utilisant un échantillon de 19 fonds mutuels canadiens pour la période 1960 à 1974 et rejoint dans ce sens l'étude de Dyinga [1978], Bishara [1987] ainsi que les nombreuses études américaines telles que celles de Jensen [1968], McDonald [1974] et Cranshaw [1977].

Malgré le grand nombre d'études qui se sont penchées sur les caractéristiques risque-rendement des fonds mutuels, très peu de recherches se sont attardées à la relation entre la performance des fonds et leurs autres caractéristiques propres susceptibles d'influencer le choix des investisseurs, tels que les frais d'acquisition, les frais de rotation du portefeuille, les frais d'administration et la taille.

Pour ce qui est des frais d'acquisition, Friend, Blume et Crockett [1970] ont trouvé qu'en moyenne les fonds ayant des frais d'acquisition faibles performant mieux que ceux ayant des frais moyens ou élevés, et ce quelque soit la classe de risque considérée<sup>1</sup>. À la lueur de ce résultat, on devrait conclure que les investisseurs seraient plus avisés de choisir des fonds avec de faibles frais d'acquisition.

Concernant les frais de rotation (qui font partie des frais de gestion) du portefeuille, l'étude de Friend, Blume et Crockett [1970] montre que pour les trois classes de risque définies, les fonds à frais élevés performant mieux que ceux à frais faibles. Ce résultat révèle que plus le fonds transige (rotation élevée) meilleure est sa performance, contrairement à ce qu'indique l'étude de Sharpe [1966].

En ce qui concerne les frais d'administration (qui font partie des frais de gestion), Friend, Blume et Crockett [1970] trouvent, là aussi, qu'en moyenne les fonds avec des frais d'administration élevés performant mieux que ceux avec des frais faibles, quelque soit la classe de risque à laquelle ils appartiennent. Ces résultats sont contredits par plusieurs chercheurs comme Levitz [1974], par exemple.

Les résultats contradictoires que nous venons de noter au niveau de l'impact des frais de rotation du portefeuille et d'administration sur la performance des fonds mutuels se reflètent également au niveau de la relation performance-taille qui est au cœur de cette étude. Jusqu'à présent, plusieurs études publiées dans les revues

---

1. Pour plus de précision, mentionnons que Friend, Blume et Crockett [1970] ont réparti les fonds de leur échantillon en trois classes de risque selon le Bêta, à savoir, la classe de risque faible (avec un Bêta entre 0,5 et 0,7), la classe de risque moyen (Bêta compris entre 0,7 et 0,9) et la classe de risque élevé (Bêta variant entre 0,9 et 1,1).

académiques n'ont pas réussi à démontrer un effet concluant de la taille sur la performance. Les résultats obtenus par Friend, Blume et Crockett [1970] et par Elton et Gruber [1977], à cet égard, sont probablement très représentatifs de ceux des autres chercheurs qui se sont penchés sur la question. Par ailleurs, les études empiriques dont font état les périodiques professionnels offrent des résultats contradictoires. Ces divergences découlent en partie du fait qu'on a utilisé, dans les études professionnelles des méthodes d'analyse plutôt *ad hoc*.

L'objet de la présente étude est d'analyser la performance des fonds mutuels en tant qu'instruments d'investissement pouvant remplacer l'achat direct de titres sur le marché secondaire par les individus. Par conséquent, l'accent sera placé sur les principales caractéristiques de ce type de placement, susceptibles d'influencer les investisseurs dans leur choix. Plus précisément, nous cherchons à savoir si certaines caractéristiques de risque et de rendement des fonds mutuels, importantes aux yeux de l'investisseur, sont associées à une performance supérieure et si une telle supériorité est clairement reliée à la taille des fonds.

En s'appuyant sur les études précitées, on peut dire que la première caractéristique qu'un investisseur utilise pour évaluer la performance des fonds mutuels est, bien entendu, le rendement qu'il peut obtenir sur son placement. Ce rendement peut prendre l'une ou l'autre des trois formes suivantes, à savoir: (1) une distribution de dividendes ou d'intérêts; (2) une distribution de gain en capital et (3) une augmentation de la valeur marchande des parts détenues dans le fonds résultant des dividendes et du gain en capital non distribués. Du point de vue de l'investisseur, le revenu total précité doit être diminué de deux types de frais particuliers aux fonds mutuels: les frais de gestion (qui comprennent les frais de rotation et d'administration et qui sont déduits périodiquement de la valeur nette totale de l'actif du fonds) et soit les frais d'acquisition chargés par les fonds se vendant par l'intermédiaire de distributeurs indépendants (déduits de la mise de fonds initiale de l'investisseur) ou éventuellement les frais de liquidation lors de la terminaison de la participation de l'investisseur dans le fonds. Les taux de rendement utilisés dans cette étude ne tiennent compte que des frais de gestion, étant donné que les frais d'acquisition ou de liquidation sont présentés séparément.

Afin de fournir des comparaisons historiques plus complètes sur cette première caractéristique, nous utiliserons deux critères: le rendement de la dernière année et le rendement annuel<sup>2</sup> moyen des cinq dernières années.

Parallèlement à l'aspect rendement, les investisseurs s'intéressent aussi au niveau relatif du risque de fonds. Afin de caractériser ce dernier dans le cadre d'un indice de performance, deux principales mesures ont souvent été utilisées: l'écart-type des rendements passés [Sharpe, 1966; Lévy, 1968; Calvet et Lefoll, 1980; Bishara, 1987] et le coefficient Bêta [McDonald, 1974; Jobson et Korkie, 1981]<sup>3</sup>.

---

2. Cette dernière moyenne a aussi l'avantage d'atténuer les effets d'événements sporadiques qui peuvent biaiser les résultats tels que les effets de fin d'année, d'annonce de dividendes, etc.

3. Il convient de préciser que dans l'étude de McDonald ainsi que dans celle de Johnson et Korkie, on utilise les deux mesures de risque précitées pour définir un indice de performance.

Dans un autre cadre d'évaluation, soit celui qui fait appel à la prime de rendement que le fonds obtient au même niveau de risque qu'il a enregistré, on retrouve aussi que le risque est tantôt mesuré par l'écart-type des rendements passés [Sharpe, 1966] et tantôt par le Bêta [Jensen, 1968; Fabozzi et Francis, 1979]. On peut donc conclure qu'une façon adéquate de mesurer le risque du placement des fonds mutuels serait de l'approximer par l'écart-type du rendement. Cette mesure convient bien, comme on le sait, aux portefeuilles bien diversifiés comme ceux des fonds mutuels.

Et puisque nous vivons dans un monde où les impôts ne peuvent être ignorés, il est normal que les investisseurs se préoccupent du statut fiscal de leurs placements. Par exemple, certains fonds mutuels de notre échantillon sont entièrement admissibles au régime enregistré d'épargne retraite (REÉR), tandis que d'autres fonds ne le sont pas. Dans le premier cas, l'individu peut accumuler la totalité de ses contributions annuelles au REÉR, sans pénalité; alors que dans le second cas, il ne le peut pas. Ainsi, pour tenir compte des préférences des investisseurs à cet égard, nous avons inclus l'admissibilité des fonds mutuels au REÉR (facteur binaire) comme dernier critère de performance.

En résumé, notre approche comprend six critères,  $C_j, j = 1, 2, \dots, 6$  qui serviront à comparer les résultats des fonds mutuels composant notre échantillon. Ces critères sont: le rendement de la dernière année ( $C_1$ ), le rendement annuel moyen composé des cinq dernières années ( $C_2$ ), l'écart-type des rendements de la dernière année ( $C_3$ ), l'écart-type des rendements des cinq dernières années ( $C_4$ ), le taux maximum de frais d'acquisition ou de liquidation composé par le fonds ( $C_5$ ), l'admissibilité du fonds au REÉR ( $C_6$ ). Le tableau 1 présente la matrice d'évaluation des 75 fonds mutuels de notre échantillon selon ces six critères, tels que publiés dans le *Survey of Funds* du 30 juin 1989.

Il convient de souligner ici que les six critères précités n'ont pas un caractère exhaustif ni limitatif. Ils ont été retenus principalement pour illustrer l'utilisation de la nouvelle méthodologie proposée, en plus de leur caractère réaliste pour la situation envisagée. À cet égard, il y aurait certainement intérêt à ce que les applications futures de notre modèle s'appuient sur une enquête des critères spécifiques aux investisseurs.

## II. MÉTHODOLOGIE

Tel que discuté précédemment, l'évaluation de la performance d'un fonds devrait se faire en considérant simultanément plusieurs critères, ce qui peut rendre leur comparaison assez difficile. Il faut en effet trouver un moyen d'agrèger les évaluations sur chacun des critères afin de déterminer la «performance globale» d'un fonds. Plusieurs méthodes d'agrégation ont été proposées dans la littérature sur l'analyse multicritère allant de l'agrégation complète (avec la fonction d'utilité multiattribut [Keeney et Raiffa, 1976]) à l'agrégation partielle (avec les relations de surclassement) sans oublier l'agrégation locale, interactive et itérative (essentiellement avec la programmation mathématique multiobjectif [Vanderpooten et Vincke, 1989]).

TABLEAU 1  
MATRICE D'ÉVALUATION DES 75 FONDS MUTUELS DE NOTRE ÉCHANTILLON

Nom du fonds	Taille	Critères					
	(000,000)	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>
Universal Savings Pacific	38.9	2.0	24.4	42.6	76.2	9.00	N
AGF Japan	60.9	-7.0	23.4	43.6	66.1	9.00	N
Trans-Canada Equity	10.7	11.0	22.3	26.8	46.1	8.75	O
Investors Japanese Growth	182.3	-2.6	22.1	38.8	60.6	8.50	N
Cambridge Growth	8.1	12.4	21.3	32.7	46.9	8.75	O
Industrial Income	240.0	12.6	18.6	21.8	22.4	9.00	O
Universal SVGS Equity	184.8	11.9	17.9	32.4	51.6	9.00	O
Otgif Aggressive Equity	10.3	16.9	17.9	42.0	53.8	0.00	O
Crown Life Pens. Equity	76.4	15.5	17.8	32.7	49.3	0.00	O
Empire Life Fund 1	177.2	14.6	17.7	31.4	52.8	9.00	O
Canada Life E.2	19.5	15.4	17.6	44.9	58.5	1.00	O
CDA Common Stock	35.4	16.2	17.5	33.1	52.2	0.00	O
Nalaco Diversified «A»	16.6	14.4	17.4	30.3	32.6	0.00	O
Trimark Fund	634.8	14.9	17.4	53.8	63.8	9.00	N
Trimark Canadian	525.4	16.9	17.1	33.8	52.1	9.00	O
Mackenzie Mtge & Income	255.3	13.1	17.1	21.4	21.8	9.00	O
Canada Life S.9	204.5	16.5	16.8	45.0	53.4	1.00	O
Crown Life Pens. For. Eq.	22.1	16.6	16.8	28.9	51.5	0.00	N
National Life Equities	21.6	12.5	16.7	37.2	57.5	1.00	O
Industrial Dividend	324.0	2.7	16.6	37.7	57.6	9.00	O
Confed Growth	7.7	14.5	16.6	29.7	46.9	9.00	O
Universal SVGS Income	24.6	13.6	16.5	21.5	27.0	9.00	O
Mackenzie Equity	84.9	6.6	16.5	34.1	55.8	9.00	O
PH & N RSP/RIF Equity	15.9	17.9	16.5	40.5	57.8	0.00	O
Industrial Growth	1761.2	8.4	16.5	32.0	49.2	9.00	O
Otgif Diversified	26.7	16.9	16.4	39.3	52.2	0.00	O
Dynamic American	62.1	16.4	16.3	26.1	53.0	9.00	N
London Life Bond	198.4	13.2	16.3	29.3	37.7	5.00	O
London Life CDN Equity	176.9	15.0	16.3	36.7	54.7	5.00	O
National Life of CDA	0.7	13.0	16.2	37.2	57.5	0.00	O
Industrial Pension	138.5	3.5	16.0	38.5	58.8	9.00	O
Cambridge Balanced	4.8	8.5	16.0	14.4	23.2	8.75	O
Templeton Growth	1219.5	16.0	15.9	32.9	53.3	8.50	N
Investors Growth	484.6	21.7	15.9	37.2	55.7	8.50	N
Mutual Life B	13.4	23.4	15.9	40.5	58.3	8.00	O
United Accumulative	237.1	25.7	15.8	36.8	50.9	9.00	N
Cundill Value	384.5	16.4	15.8	22.5	35.3	8.75	N
United Accum Retire	156.5	16.1	15.7	20.9	37.0	9.00	O
Royfund Equity Ltd	794.7	10.2	15.6	29.0	49.5	0.00	O
Assur-vie Desjardins Bond	17.2	15.6	15.6	19.7	24.4	0.00	N

TABLEAU 1 (suite)

Nom du fonds	Taille	Critères					
	(000,000)	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>
Investors Retirement	918.2	12.7	15.4	31.8	49.1	8.50	O
National Life Fixed	3.5	12.7	15.2	17.6	23.0	1.00	O
Bullock American	17.8	15.7	15.2	61.4	83.6	9.00	N
Jones Heward	58.8	10.7	15.2	38.5	61.5	9.00	O
Genl Tr. U.S. Equity	10.5	19.2	15.1	49.1	61.1	0.00	N
CDN Trusteed Income	381.7	12.0	15.1	20.9	29.9	9.00	O
CDN Anesthetists	60.3	11.9	15.0	28.2	48.2	0.00	O
Montréal Tr. Int'l Sec	17.0	7.3	15.0	40.5	59.0	0.00	N
Talvest Growth	65.5	8.8	14.8	35.2	50.2	9.00	O
Sunfund	78.9	13.0	14.8	26.7	46.2	5.00	O
Talvest Bond	19.8	11.6	14.8	16.5	24.9	9.00	O
Canada Life S.35	389.9	13.0	14.8	26.4	31.6	5.00	O
Tradex Investment	48.5	12.1	14.8	29.7	47.0	0.00	O
Mutual Life 2	7.3	11.4	14.7	14.9	22.2	8.00	O
General Trust Bond	65.7	11.6	14.6	20.1	27.8	0.00	O
Industrial American	354.0	8.3	14.6	40.7	60.8	9.00	N
United Venture Retire	73.5	13.1	14.6	25.0	47.5	9.00	O
Univ SVGS American	41.6	8.8	14.4	35.0	57.8	9.00	N
Dynamic Fund of Canada	213.5	12.5	14.4	29.8	44.5	9.00	O
CDN Security Growth	431.3	9.2	14.4	32.7	49.0	9.00	O
Dynamic Income	76.4	13.9	14.4	18.1	16.0	5.00	O
Guardian Global Equity	10.9	8.8	14.2	33.9	53.3	9.00	N
National Trust Income	11.0	10.7	14.1	16.2	21.9	0.00	O
Prudential Growth	74.2	10.7	14.0	38.8	65.3	8.50	O
CDA Rsp Balanced	11.4	13.9	14.0	21.2	25.9	0.00	O
Montreal Tr. Income Sec.	17.2	11.8	13.9	16.7	21.6	0.00	O
Associate Investors	8.8	11.8	13.9	32.6	42.0	1.00	O
GBC North America	162.1	16.1	13.8	48.6	61.3	3.00	O
Guardian Balanced	11.6	13.4	13.8	44.4	29.5	0.00	O
Jones Heward American	3.7	20.8	13.8	51.7	67.2	9.00	N
Royal Trust Bond	286.1	11.0	13.8	18.5	27.2	0.00	O
Investors Bond	676.7	11.5	13.8	17.8	24.1	3.50	O
AGF Special	147.1	15.2	13.6	38.5	57.5	9.00	N
American Growth	99.7	21.2	13.6	38.3	59.4	9.00	N
Guardian CDN Equity	30.1	7.1	13.6	39.4	60.4	9.00	O
Critère à		MAX	MAX	MIN	MIN	MIN	
Moyenne		12.701	16.025	32.334	46.966	5.5733	
Écart-type		5.1087	2.1971	9.9256	14.836	4.0151	
Minimum		-7	13.6	14.4	16	0	
Maximum		25.7	24.4	61.4	83.6	9	

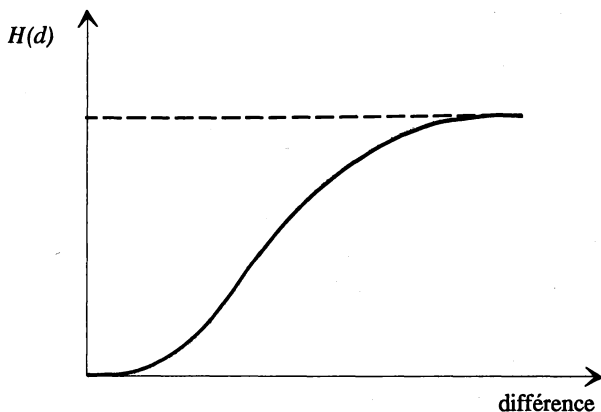


Il convient de mentionner qu'aucune de ces méthodes n'est parfaite, c'est-à-dire qu'elles respectent la totalité des exigences que l'on pourrait trouver normales dans l'idée multicritère. Toutefois, il nous semble qu'en raison de la nature incommensurable des échelles de mesure propres à chaque critère et de leur caractère conflictuel, l'agrégation complète des  $n$  critères en un critère unique tel qu'on le préconise par exemple avec la fonction d'utilité multiattribut n'est pas toujours très réaliste. Une approche interactive et itérative n'est pas tellement indiquée non plus pour aborder notre problématique. C'est pourquoi, nous avons opté pour une méthode qui consiste à opérer à partir de comparaisons par paires en utilisant une relation de surclassement.

Nous avons exclu la relation de dominance populaire en finance, laquelle se concrétise en gestion de portefeuilles par la règle moyenne-variance, car elle risque de ne pas être très utile. En effet, cette relation basée sur l'unanimité des critères, est généralement tellement pauvre (c'est-à-dire qu'il y a peu de paires de fonds pour lesquelles on peut conclure qu'un fonds en domine un autre) lorsque l'on est en présence de plusieurs critères conflictuels, qu'elle ne peut servir réellement à résoudre un problème multicritère. Les relations de surclassement cherchent précisément à enrichir la relation de dominance en adoptant une attitude plus nuancée, laquelle permet d'associer à chaque paire de fonds une valeur donnant le degré de performance d'un fonds par rapport à un autre. Dans la panoplie des méthodes multicritères fondées sur des relations de surclassement [Despontin, Moscorola et Spronk, 1983; Schärling, 1985], nous avons choisi d'utiliser la méthode PROMETHEE (*Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations*) [Brans, 1982; Brans, Vincke et Mareschal, 1986] qui, tout en étant très simple et facilement compréhensible, permet d'aborder la problématique de classement retenue dans cette étude.

La méthode PROMETHEE se base sur une extension de la notion de critère. Cette extension passe par l'introduction de fonctions de valeurs exprimant le degré de performance d'un fonds par rapport à un autre. Sur chacun des critères, on note la différence d'évaluation entre les deux fonds comparés et l'on traduit l'importance de cette différence à l'aide de la fonction donnant le degré (local) de performance. Ainsi, selon cette notion du critère généralisé, pour chaque critère ( $C_j$ ) et pour chaque paire de fonds ( $f, f'$ ), on associe une fonction  $P_j(f, f') \in [0, 1]$  mesurant le degré de performance de  $f$  par rapport à  $f'$  de sorte que plus la différence entre les deux fonds est importante, plus la valeur de la fonction est proche de 1, et inversement plus la différence entre les deux fonds est faible, plus la valeur de la fonction est près de zéro. Cette fonction est donc croissante de 0 à 1 avec la différence et est de la forme suivante (cf. figure 1).

FIGURE 1  
DEGRÉ DE PERFORMANCE



Une telle fonction est définie séparément pour chaque critère et nécessite la fixation de certains paramètres ayant généralement une signification économique précise pour l'investisseur. Bien que le choix pour cette fonction critère soit très varié, il semble que les six (6) types présentés à l'annexe 1 peuvent recouvrir la majorité des cas susceptibles d'être rencontrés dans les applications [Brans *et al.*, 1986]. Chacune de ces six fonctions est définie par un petit nombre de paramètres (au maximum deux).

Si l'on désigne par  $F$  l'ensemble des fonds comparés, alors pour toute paire de fonds  $(f, f') \in F \times F$ , on définit une fonction de performance,  $P_j(f, f')$ , du fonds  $f$  par rapport au fonds  $f'$  pour le critère  $C_j$  par :

$$P_j(f, f') = \begin{cases} 0 & \text{pour } C_j(f) \leq C_j(f') \\ H_j(d) & \text{pour } C_j(f) > C_j(f') \end{cases} \quad (1)$$

où  $d = C_j(f) - C_j(f')$  et  $H_j(d)$  est une fonction critère du type de celle que l'on retrouve à l'annexe 1, qui exprime le degré de performance du fonds  $f$  par rapport au fonds  $f'$ , selon le critère  $C_j$ . Nous supposons ici que les critères sont construits de telle sorte que plus la valeur de  $C_j(f)$  est grande, plus la performance de  $f$  est grande, du point de vue du critère  $C_j$ .

On définit ensuite un indicateur (global) de performance du fonds  $f$  par rapport au fonds  $f'$  sur l'ensemble des critères. Ainsi, pour toute paire  $(f, f')$  de fonds dans l'ensemble  $F$  envisagé, cet indicateur est :

$$P(f, f') = \sum_{j=1}^m \Pi_j P_j(f, f') \quad (2)$$

où  $\Pi_j$  est le coefficient de pondération du critère  $C_j, \dots$

$$\sum_{j=1}^m \Pi_j = 1 \text{ et } m \text{ égale le nombre de critères.}$$

Plus  $P(f, f')$  est proche de 1, plus la performance globale de  $f$  par rapport à  $f'$  est marquée. Comme on cherche à classer les fonds, du meilleur au moins bon du point de vue de la performance, on utilise cette relation de surclassement pour construire un préordre sur l'ensemble  $F$  envisagé.

Ainsi, pour tout  $f \in F$ , on définit:

$$P^+(f) = \sum_{f' \in F} P(f, f'), \text{ le flux sortant,} \quad (3)$$

et

$$P^-(f) = \sum_{f' \in F} P(f', f), \text{ le flux entrant} \quad (4)$$

Plus le flux sortant d'un fonds  $f$ , lequel constitue une mesure de la «force» de  $f$  ou de son caractère «surclassant» est grand et son flux entrant (mesurant la faiblesse ou le caractère «surclassé» de  $f$ ) est petit, plus ce fonds est performant par rapport aux autres fonds de  $F$ . Lorsqu'un préordre complet sur  $F$  est requis, comme c'est le cas dans cette étude, on a recours à PROMETHEE II, en calculant le bilan de flux.

$$PN(f) = P^+(f) - P^-(f) \quad (5)$$

Ce bilan qui peut être positif ou négatif, exprime la performance nette du fonds  $f$ . Il est alors possible de ranger les fonds du meilleur au moins bon en rangeant  $f$  avant  $f'$  si  $PN(f) > PN(f')$  et les rangeant *ex aequo* lorsque  $PN(f) = PN(f')$ .

Comme nous le verrons dans la section suivante, plutôt que de fixer un jeu de coefficients de pondération spécifique, lequel devrait être établi avec la participation d'un décideur, nous utilisons plusieurs jeux de poids reflétant ainsi les préférences de divers investisseurs. On retrouve d'ailleurs là l'une des caractéristiques de cette méthode par rapport aux méthodes statistiques classiques où les coefficients de pondération (dans un modèle de régression, par exemple) résultent du traitement des données et sont les mêmes pour tous les investisseurs.

### III. RELATIONS TAILLE-PERFORMANCE

A. *Des techniques classiques: test de différence de moyennes et corrélation de rang entre le classement selon la taille et le classement selon l'indice de Sharpe*

Étant donné les avis partagés sur la relation entre la taille et la performance des fonds mutuels, nous avons vérifié par une première analyse classique: à savoir

un test de différence de moyennes, si dans notre échantillon les petits fonds caractérisés par une taille des actifs inférieure à 50 millions, diffèrent significativement des grands fonds, dont la taille d'actifs excède 100 millions, quant au rendement qu'ils réalisent sur un an et sur cinq ans.

Le tableau 2 montre que le « comportement » des grands fonds ne diffère pas significativement des petits. Ainsi par cette analyse, on pourrait conclure que le rendement de la dernière année ainsi que le rendement annuel moyen sur cinq ans des grands fonds n'ont pas été plus élevés que ceux des petits fonds et cela pour des niveaux de risque (mesuré par l'écart-type) équivalents.

TABLEAU 2  
TEST DE DIFFÉRENCE DE MOYENNES

Fonds mutuels de grande taille (> 100,000,000)				
	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>
Nombre	29	29	29	29
Moyenne	12.70	16.03	32.33	46.66
Écart-type	5.35	1.73	8.75	12.55
Fonds mutuels de petite taille (< 50,000,000)				
	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>
Nombre	33	33	33	33
Moyenne	13.27	16.12	32.79	46.15
Écart-type	4.16	2.44	11.56	16.87

La valeur du Z lorsque le rendement est celui de la dernière année:

$$\frac{13.27 - 12.70}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} = 0.472, \text{ valeur non significative au niveau de } 5 \%$$

La valeur du Z pour le rendement annuel moyen sur cinq ans:

$$\frac{16.12 - 16.03}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} = 0.169, \text{ valeur non significative au niveau de } 5 \%$$

Afin de confirmer ou d'infirmer ces résultats, nous avons également calculé un indice habituellement utilisé lors de l'évaluation de la performance des fonds mutuels, à savoir l'indice de Sharpe. Pour calculer cet indice, nous avons tantôt

utilisé le rendement sur un an, et tantôt le rendement moyen sur cinq ans. Le tableau 3 donne les résultats de cette analyse ainsi que les coefficients de Spearman<sup>4</sup> entre le classement selon la taille et les classements à partir de cet indice. Comme nous pouvons le voir, ces résultats confirment les observations qui se dégagent du tableau 2.

Il n'existe pas de relation significative (au seuil de 5 %) entre la taille et la performance évaluée par l'indice de Sharpe et cela aussi bien lorsque le rendement est celui de la dernière année que lorsqu'il s'agit du rendement annuel moyen sur cinq ans. Ainsi, à l'aide de ces deux techniques classiques, nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse selon laquelle il n'existe aucune relation entre la taille des fonds mutuels et leur performance, du moins à partir uniquement des caractéristiques rendement et écart-type.

Ces analyses préliminaires ne tiennent pas compte cependant de l'ensemble de tous les critères identifiés précédemment, lesquels sont susceptibles d'influencer l'investisseur dans ses choix. C'est donc vers une analyse simultanée de tous ces critères que nous allons maintenant tourner notre attention.

#### B. La technique PROMETHEE: la corrélation de rang entre le classement selon la taille et le classement selon PROMETHEE

On a donc appliqué la méthode PROMETHEE pour classer les 75 fonds envisagés dans notre échantillon (ensemble  $F$ ) et dont les évaluations sont données au tableau 1. À cette fin, nous avons utilisé la fonction critère du type I (annexe 1) pour le critère ( $C_6$ ) de l'admissibilité au REÉR, puisque l'échelle associée à ce critère ne comporte que deux niveaux: admissible (1) ou non admissible (0). Pour les cinq autres critères, nous avons utilisé la fonction critère du type V (critère à préférence linéaire avec zone d'indifférence), avec comme paramètres  $q_j = 0.2s_j$  et  $p_j = 2s_j^5$ , où  $s_j$  est l'écart-type obtenu à partir de données empiriques (tableau 1).

Comme l'un des objectifs de ce travail est de vérifier s'il existe ou non une relation entre la taille d'un fonds et sa performance, nous avons calculé la valeur du coefficient de Spearman entre le classement obtenu, selon la taille des fonds et celui fourni par la méthode PROMETHEE.

4. La mesure de la corrélation de rang selon le coefficient de Spearman ( $\rho$ ) est définie de la façon suivante:

$$\rho = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n [R_1(f_i) - R_2(f_i)]^2}{n(n^2 - 1)}$$

où  $R_1(f_i)$  = rang du fonds  $f_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  avec le classement selon la taille;

$R_2(f_i)$  = rang du fonds  $f_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  avec le classement selon l'indice de Sharpe.

5. Ces valeurs particulières pour les seuils de performance équivalente ( $q_j$ ) et de performances strictement supérieures ( $p_j$ ) ont été retenues après plusieurs simulations avec différentes valeurs.

**TABLEAU 3**  
**INDICE DE SHARPE CALCULÉ POUR LES 75 FONDS DE L'ÉCHANTILLON**  
**ET VALEUR DU COEFFICIENT DE CORRÉLATION DE SPEARMAN**

	Indice de Sharpe	
	1 an	5 ans
Universal Savings Pacific	-0.180	0.176
Trans-Canada Equity	0.050	0.245
Investors Japanese Growth	-0.316	0.183
Cambridge Growth	0.083	0.220
Industrial Income	0.134	0.340
Universal SVGS Equity	0.069	0.134
Otgif Aggressive Equity	0.172	0.128
Empire Life Fund 1	0.157	0.127
Canada Life E.2	0.128	0.113
CDA Common Stock	0.197	0.125
Nalaco Diversified «A»	0.156	0.197
Trimark Fund	0.097	0.100
Trimark Canadian	0.214	0.117
Mackenzie Mtge & Income	0.160	0.280
Canada Life S.9	0.152	0.109
Crown Life Pens. For. Eq	0.240	0.113
National Life Equities	0.076	0.099
Industrial Dividend	-0.185	0.097
Confed Growth	0.163	0.120
Universal SVGS Income	0.183	0.204
PH & N RSP/RIF Equity	0.203	0.095
Industrial Growth	-0.040	0.112
Otgif Diversified	0.184	0.104
London Life Bond	0.120	0.141
London Life CDN Equity	0.145	0.097
National Life of CDA	0.090	0.091
Industrial Pension	-0.160	0.085
Cambridge Balanced	-0.081	0.216
Templeton Growth	0.192	0.092
Investors Growth	0.323	0.088
Mutual Life B	0.339	0.084
United Accumulative	0.436	0.094
Cundill Value	0.299	0.136
United Accum Retire	0.308	0.127
Royfund Equity Ltd	0.018	0.093
Assur-vie Desjardins Bond	0.301	0.189
Investors Retirement	0.095	0.090
National Life Fixed	0.172	0.183
Bullock American	0.098	0.050
Genl Tr. U.S. Equity	0.194	0.067

TABLEAU 3 (suite)

	Indice de Sharpe	
	1 an	5 ans
CDN Trusteed Income	0.111	0.137
Montréal Tr. Int'l Sec	-0.059	0.068
Talvest Bond	0.117	0.153
Canada Life S.35	0.126	0.121
Tradex Investment	0.082	0.081
Mutual Life 2	0.116	0.167
Industrial American	-0.034	0.059
United Venture Retire	0.137	0.076
Univ SVGS American	-0.025	0.059
Dynamic Fund of Canada	0.095	0.077
CDN Security Growth	-0.014	0.070
Guardian Global Equity	-0.026	0.060
National Trust Income	0.064	0.142
CDA Rsp Balanced	0.200	0.116
Montréal Tr. Income Sec.	0.128	0.135
Associate Investors	0.065	0.069
GBC North America	0.132	0.046
Guardian Balanced	0.084	0.095
Jones Heward American	0.215	0.042
Royal Trust Bond	0.072	0.103
Investors Bond	0.103	0.117
AGF Special	0.144	0.045
Guardian CDN Equity	-0.065	0.043
Coefficient de Spearman*	-0.027	-0.075

NOTE: \* Le seuil de signification pour le coefficient de Spearman au niveau de 5 % est 0.199.

Les investisseurs n'accordent pas tous la même importance aux différents critères dans leur analyse des fonds disponibles. Certains s'intéressent principalement aux critères classiques tels que le rendement (de la dernière année et/ou annuel moyen sur les cinq dernières années) et l'écart-type. D'autres, par contre, attachent une importance non négligeable aux aspects fiscaux reliés à ce type de placement ainsi qu'aux frais d'acquisition ou de liquidation. Pour refléter toutes ces tendances, nous avons fait varier systématiquement la valeur des coefficients (II) de pondération utilisés dans la méthode PROMETHEE.

Ainsi, nous avons successivement attribué des coefficients de pondération non nuls aux critères classiques de risque-rendement puis, graduellement, à tous les critères. Le tableau 4 donne la valeur du coefficient de Spearman pour différentes combinaisons des coefficients de pondération.

TABLEAU 4  
VALEUR DU COEFFICIENT DE SPEARMAN POUR DIFFÉRENTES COMBINAISONS DES  
COEFFICIENTS DE PONDÉRATION

C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	Coefficient de Spearman*
.5	.5	0	0	0	0	-.031
0	.5	0	.5	0	0	-.062
.5	0	.5	0	0	0	-.016
0	.75	0	.25	0	0	.008
.75	0	.25	0	0	0	-.060
.3	.3	.2	.2	0	0	-.090
.3	.3	.15	.15	1	0	.014
.25	.25	.15	.15	.1	.1	.032
.2	.3	.1	.2	.1	.1	.047
.17	.17	.17	.17	.17	.17	.133
.15	.15	.15	.15	.2	.2	.204
.15	.15	.1	.1	.2	.3	.226
.1	.1	.15	.15	.25	.25	.234
.1	.1	.15	.15	.3	.2	.254
.1	.1	.1	.1	.2	.4	.253
.1	.1	.1	.1	.4	.2	.279
.05	.15	.05	.15	.3	.3	.284
0	.2	0	.2	.3	.3	.285
.1	.1	.1	.1	.3	.3	.292
.05	.05	.05	.05	.4	.4	.277

NOTE: \* Le seuil de signification pour le coefficient de Spearman au niveau de 5 % est 0.199.

Les résultats illustrés dans le tableau 4 confirment ceux obtenus dans les analyses préliminaires précédentes et les complètent. En effet, on constate qu'il n'y a pas de corrélation significative entre la taille des fonds et leur performance lorsque cette dernière est mesurée uniquement par les critères classiques de rendement. Par exemple, la valeur du coefficient de Spearman avec C<sub>1</sub> (le rendement de la dernière année) et C<sub>3</sub> (l'écart-type correspondant) comme unique critère avec pondération (.50, .50) est de -.016 alors qu'il est de -.062 avec les critères C<sub>2</sub> (rendement annuel moyen composé des cinq dernières années) et C<sub>4</sub> (l'écart-type correspondant). Ces valeurs se comparent à celles obtenues avec les indices de Sharpe pour un an et cinq ans, qui sont respectivement de -.027 et -.075 (tableau 3). Ce résultat est assez intéressant, car il montre que la méthode multicritère utilisée ici offre, avec les mêmes variables et les mêmes pondérations, un rangement similaire à celui de l'indice de Sharpe.



Par ailleurs, cette méthode multicritère permet de prendre en compte simultanément plusieurs critères hétérogènes et de faire varier l'importance relative qu'on leur accorde. On observe, toujours à partir des résultats illustrés dans le tableau 4, qu'en accordant relativement plus de poids aux critères  $C_5$ , des frais d'acquisition et de liquidation, et  $C_6$  de l'admissibilité du fonds au REÉR<sup>6</sup>, la relation entre la taille des fonds et leur performance devient significative. Ainsi, la préférence d'un investisseur qui aurait à choisir parmi les fonds de notre échantillon, devrait aller aux fonds de grande taille s'il est très sensible aux frais d'acquisition ou de liquidation et aux aspects fiscaux reliés à ce type de placement. Rappelons que les fonds de notre échantillon sont parmi les 100 meilleurs, selon le rendement annuel moyen composé sur les cinq dernières années.

#### CONCLUSION

Cette étude a porté sur une comparaison entre la taille et la performance de fonds mutuels; la performance étant mesurée par certaines caractéristiques de risque et de rendement susceptibles d'influencer le choix de l'investisseur. Ces caractéristiques ne sont évidemment ni limitatives, ni exhaustives. Elles ont été retenues pour illustrer l'application de la nouvelle méthodologie proposée tout en ayant toutefois un caractère réaliste pour la situation envisagée. La multiplicité des caractéristiques retenues dans l'étude nécessite l'adoption d'une méthode d'analyse qui permet non seulement de prendre en compte simultanément ces divers éléments mais aussi d'explicitier également leur impact relatif sur la performance des fonds.

La méthode d'analyse multicritère PROMETHEE, utilisée dans cette étude, permet de classer les fonds selon leur performance globale et fait intervenir explicitement l'importance relative de diverses caractéristiques que l'on traite comme des critères. À l'aide d'une telle méthode, il est donc possible d'étudier le comportement du classement des fonds lorsque l'on fait varier l'importance relative des critères.

Ainsi, même si de façon générale, nous pouvons dire que les fonds de grande taille ne sont pas plus performants que ceux de petite taille, cette relation est moins évidente lorsque l'investisseur accorde relativement beaucoup d'importance aux critères des frais d'acquisition ou de liquidation et à l'admissibilité au REÉR. Nous sommes donc en mesure de nuancer les conclusions au niveau de cette relation, ce qui permet éventuellement de réconcilier les résultats apparemment opposés de quelques recherches antérieures. De plus, cette approche multicritère permet de proposer à un investisseur particulier des fonds qui correspondent davantage à ses attentes. À cet égard, il serait primordial, dans les applications futures de cette méthodologie, que les critères utilisés s'appuient sur une enquête auprès des investisseurs.

---

6. Nous avons intentionnellement exagéré les poids relatifs accordés aux critères  $C_5$  et  $C_6$  afin d'illustrer le sens de la relation taille-performance.

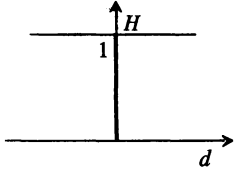
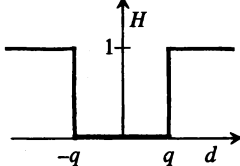
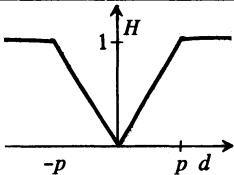
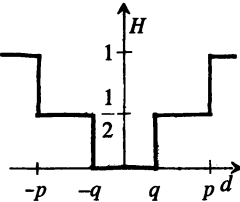
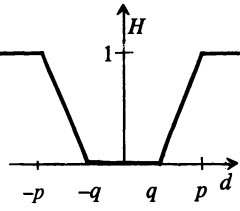
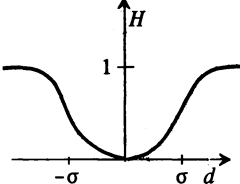
## BIBLIOGRAPHIE

- BISHARA, H., «Evaluation of the Performance of Canadian Mutual Funds», (1967/1984), Feb. 1987, Working Paper, College of Commerce, University of Saskatchewan.
- BRANS, J.P., «L'ingénierie de la décision, l'élaboration d'instruments d'aide à la décision», Colloque sur l'aide à la décision, Faculté des sc. de l'administration, Université Laval, 1982.
- BRANS, J.P., P. VINCKE et B. MARESCHAL, «How to Select and How to Rank projects: The PROMETHEE Method», *European Journal of Operational Research*, vol. 24, 1986 (228-238).
- CALVET, A.L. et J. LEFOLL, «The CAPM under Inflation and the Performance of Canadian Mutual Funds», *Journal of Business Administration*, vol. 12, 1, Fall 1980.
- CRANSHAW, T.E., «The Evaluation of Investment Performance», *Journal of Business*, 50, n° 4, octobre 1977, 462-485.
- DESPONTIN, M., J. MOSCOROLA et J. SPRONK, «A User-Oriented Listing of Multiple Criteria Decision Methods», *Revue belge de stat. d'informatique et de R.O.*, vol. 23, 4, 1983.
- DHINGA, H.L., «Portfolio Volatility Adjustments by Canadian Mutual Funds», *Journal of Business Finance and Accounting*, 5, 1978, 305-333.
- ELTON, E.J. et H.J. GRUBER, «Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytical Solution», *Journal of Business*, 50, N° 4, (octobre 1977), 415-437.
- FABOZZI, F.J. et J.C. FRANCIS, «Mutual Fund Systematic Risk for Bull and Bear Markets», *Journal of Finance*, vol. 31, 1979, 1243-1250.
- FRIEND, I., M. BLUME et J. CROCKETT, *Mutual Funds and Other Institutional Investors*, McGraw Hill, 1970.
- GRANT, D., «The Investment Performance of Canadian Mutual Funds, 1960-1974», *Journal of Business Administration*, 8, automne, 1976.
- JENSEN, C.M., «The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-64», *Journal of Finance*, mai 1968.
- JOBSON, J.D. et B.M. KORKIE, «Performance Hypothesis Testing William Sharpe and Jack Treynor Measure», *The Journal of Finance*, vol. 36, N° 4, 1981 889-908.
- KEENEY, R. et H. RAIFFA, *Decisions with Multiples Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*, John Wiley & Sons, 1976.
- LEVITZ, G., «Market Risk and The Management of Institutional Equity Portfolio», *Financial Analyst Journal*, 30, n° 3 (janvier-février 1974), 53-60.
- LEVY, R.A., «Measurement of Investment Performance of Common Stocks», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 3, N° 1, 1968, 35-57.

- MCDONALD, J.G., «Objectives and Performance of Mutual Funds, 1960-1969», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 9, N° 2, juin 1974, 311-333.
- SALAZAR-CLAVEL, J., *Étude de la relation entre les espérances et les écarts-types des taux de rendement des titres dans un marché financier efficient*, Thèse de Ph.D., Faculté des sciences de l'administration, Université Laval, 1987.
- SCHÄRLIG, A., *Décider sur plusieurs critères*, Presses Polytechniques Romandes, 1985.
- SHARPE, F.W., «Mutual Fund Performance», *Journal of Business*, n° 1, janvier 1966.
- THE FINANCIAL POST INFORMATION SERVICE, *Survey of Funds*, June 30 1989 Report.
- VANDERPOOTEN, D. et P. VINCKE, «Description and Analysis of Some Representative Interactive Multicriteria Procedures», *Mathematical Modelling*, vol. 12, 1989, 1221-1238.
- WOERHEIDE, W., «Investor Response to Suggested Criteria for the Selection of Mutual Funds», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 17, n° 1, 1982, 129-137.

## ANNEXE 1

FONCTIONS CRITÈRES PROPOSÉES PAR BRANS *ET AL.* POUR PROMETHEE

Type de fonction critère	Définition analytique	Forme	Paramètres à définir
I Vrai critère	$H(d) = \begin{cases} 0, & d = 0; \\ 1, &  d  > 0. \end{cases}$		-
II Quasi-critère	$H(d) = \begin{cases} 0, &  d  \leq q; \\ 1, & \text{autrement} \end{cases}$		q
III Critère à préférence linéaire	$H(d) = \begin{cases} \frac{ d }{p}, &  d  \leq p; \\ 1, & \text{autrement} \end{cases}$		p
IV Critère à paliers	$H(d) = \begin{cases} 0, &  d  \leq q; \\ \frac{1}{2}, & q <  d  \leq p; \\ 1, & \text{autrement} \end{cases}$		q, p
V Critère à préférence linéaire avec zone d'indifférence	$H(d) = \begin{cases} 0, &  d  \leq q; \\ \frac{ d -q}{p-q}, & q <  d  \leq p; \\ 1, & \text{autrement} \end{cases}$		q, p
VI Critère (inverse) gaussien	$H(d) = 1 - \exp \left\{ -\frac{d^2}{2\sigma^2} \right\}$		σ