

Intérêt public, intérêt privé et discrimination Public Interest, Private Interest and Discrimination

Dominique Henriët, Claude Henry, Patrick Rey and Jean-Charles Rochet

Volume 63, Number 2-3, juin–septembre 1987

Incertain et information

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/601412ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/601412ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (print)

1710-3991 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

Henriët, D., Henry, C., Rey, P. & Rochet, J.-C. (1987). Intérêt public, intérêt privé et discrimination. *L'Actualité économique*, 63(2-3), 98–117.
<https://doi.org/10.7202/601412ar>

Article abstract

We consider a service whose quality is variable and from which every consumer consumes either one unit or nothing. Production costs, both fixed and variable, do not depend on quality: a higher quality service is no more costly to produce than a lower quality one. On the consumption side however, higher quality is preferred: a consumer's willingness-to-pay for one unit of the service is an increasing and linear function of the service quality.

A consumer's willingness-to-pay is private information to him, whereas the corresponding distribution over all consumers is public information, hence known to the producers. In this setting we investigate why and how producers might use price and quality discrimination. We show that a profit-maximising monopolist will not discriminate, whereas it is often the case that reaching a constrained Pareto optimum will not be possible without some recourse—which we precisely define—to discrimination: the improvement in welfare thus brought by self-selection is worth some waste of quality.

In the last section we reformulate our model in order to include in the analysis such topics as network access pricing, selling strategies when buying is repeated, etc.

INTÉRÊT PUBLIC, INTÉRÊT PRIVÉ ET DISCRIMINATION

Dominique HENRIET¹

Claude HENRY²

Patrick REY³

Jean-Charles ROCHET^{2, 4}

Nous considérons un service à qualité variable dont chaque usager consomme au plus une unité. Les coûts de production, fixe et variable, ne dépendent pas de la qualité : améliorer, dans certaines limites, la qualité, n'augmente pas les coûts de production. Chaque usager cependant apprécie d'autant plus le service que celui-ci est de meilleure qualité : la propension à payer de l'usager est une fonction linéaire croissante de la qualité du service.

Chaque usager est seul à connaître sa propre propension à payer, alors que la distribution des propensions est connue de tous, producteurs et consommateurs. Nous étudions comment et pourquoi, dans ces conditions, une discrimination par les prix et les qualités peut être pratiquée par les producteurs. Nous montrons qu'un monopole recherchant la maximisation de son profit ne pratiquera pas de discrimination ; en revanche, dans un large champ de situation, il n'est possible d'atteindre un optimum de Pareto sous contraintes — informationnelle et financière — qu'en discriminant : le gain qu'apporte la discrimination en tant que mécanisme d'autosélection l'emporte sur le gaspillage qu'il y a à produire au même coût une qualité moindre.

Nous reformulons enfin notre modèle pour élargir son domaine d'application à des questions telles que la tarification de l'accès à un réseau téléphonique, le marchandage dans un contexte d'achats répétés, etc.

Public Interest, Private Interest and Discrimination. — We consider a service whose quality is variable and from which every consumer consumes either one unit or nothing. Production costs, both fixed and variable, do not depend on quality : a higher quality service is no more costly to produce than a lower quality one. On the consumption side however, higher quality is preferred : a consumer's willingness-to-pay for one unit of the service is an increasing and linear function of the service quality.

1. CNET, Issy-les-Moulineaux, France.

2. Laboratoire d'économétrie de l'École polytechnique, Paris.

3. INSEE, Paris.

4. aussi ENSAE et CEREMADE, Paris.

A consumer's willingness-to-pay is private information to him, whereas the corresponding distribution over all consumers is public information, hence known to the producers. In this setting we investigate why and how producers might use price and quality discrimination. We show that a profit-maximising monopolist will not discriminate, whereas it is often the case that reaching a constrained Pareto optimum will not be possible without some recourse — which we precisely define — to discrimination : the improvement in welfare thus brought by self-selection is worth some waste of quality.

In the last section we reformulate our model in order to include in the analysis such topics as network access pricing, selling strategies when buying is repeated, etc.

I. INTRODUCTION

Le principe de « non-discrimination des usagers » constitue souvent un élément fondamental de la politique commerciale des entreprises publiques ; la règle selon laquelle un service dit public se doit d'être accessible à tous et ce, dans exactement les mêmes conditions, conduit ainsi parfois à appliquer le même tarif à des biens sensiblement différents du point de vue strictement économique¹. De leur côté, les monopoles privés sont souvent accusés d'abuser de leur pouvoir discriminant à l'encontre des usagers, que ce soit directement (en pratiquant par exemple des prix différents dans différents segments de marchés², ou indirectement, par le biais d'un élargissement excessif de la gamme offerte³.

Nous proposons ici un exemple simple de situation où, au contraire, en l'absence de l'information nécessaire pour atteindre une efficacité de « premier rang », l'intérêt général justifie une certaine discrimination, alors même que cette discrimination ne serait pas rentable du point de vue du seul intérêt privé. Par intérêt général, nous entendons la recherche d'un optimum de Pareto (de second rang) sous contrainte d'équilibre budgétaire de l'entreprise publique. Par intérêt privé, nous entendons le seul critère de la maximisation du profit du producteur. La discrimination étudiée est une discrimination par les prix et la gamme des produits offerts. Plus précisément, nous montrons que là où la recherche du profit maximum conduirait à proposer un produit unique — à un prix, donc, également unique — un monopole public peut améliorer le surplus global dégagé en créant une distinction artificielle en plusieurs classes pour ce même produit. Cet artifice permet en fait de « trier » les différents types d'usagers : le gain lié à l'acquisition de cette information est alors supérieur à la perte d'efficacité associée à la mise en place des « différences » nécessaires.

Il existe un certain nombre de modèles qui, sous des hypothèses parfois plus générales que les nôtres, étudient des comportements d'offre discriminatoires en

1. En France, par exemple, la taxe d'accès au réseau téléphonique est indépendante des conditions réelles du coût de raccordement : l'utilisateur paiera le même prix, que son accès nécessite un simple basculement de commutateur ou la mise en place d'une dizaine de poteaux de téléphone.

2. On peut citer à ce titre les divergences de prix constatées, pour un même produit, sur les marchés intérieurs et extérieurs.

3. Par exemple la discrimination intertemporelle observée dans le secteur des livres (première édition reliée, suivie d'une édition en collection de poche : la différence de prix n'est en général pas justifiée par les seules diminutions de coût).

prix et qualités (ou quantités). Les deux plus significatifs sont sans doute Maskin-Riley (1984), pour un monopole privé maximisant son profit, et Goldman-Leland-Sibley (1984), pour un monopole public à la Boiteux astreint à l'équilibre budgétaire. Dans les deux modèles, les consommateurs sont distribués de manière (à peu près) quelconque sur un segment ; chacun d'entre eux peut acquérir une unité d'un bien à qualité variable ou — interprétation alternative possible pour chacun des deux modèles — un nombre variable d'unités d'un bien à qualité unique. Pour chaque consommateur est définie une propension marginale à payer qui diminue lorsque la qualité — ou la quantité, suivant l'interprétation — consommée augmente. Les consommateurs peuvent être classés par propensions marginales à payer croissantes. En ce qui concerne les coûts, leur structure est simple : un coût fixe et un coût marginal constant. En ce qui concerne enfin l'information dont dispose le producteur, on peut dire qu'il sait tout sauf l'identité particulière de chaque consommateur.

Dans ce cadre commun les auteurs des deux modèles étudient quels types de discrimination résultent du comportement qu'ils retiennent pour leur producteur respectif. Ils donnent notamment des conditions suffisantes pour que la discrimination soit complète, ou au contraire pour qu'il y ait des points d'accumulation, pour qu'il y ait ou non des trous dans l'ensemble des offres différenciées, etc.

La restriction forte que comporte notre modèle par rapport aux deux précédents porte sur les propensions marginales à payer, à propos desquelles nous faisons une hypothèse de linéarité. Le bénéfice que nous en tirons, c'est de pouvoir complètement caractériser les types de discrimination correspondant respectivement à la recherche du profit maximum et à celle d'un optimum de Pareto sous la contrainte d'équilibre budgétaire, et donc de pouvoir en faire une comparaison précise. Nous montrons en outre que si, au lieu de l'astreindre à l'équilibre budgétaire, on demande au monopole public d'évaluer son excédent (algébrique) d'exploitation au moyen d'un prix fictif, le coût d'opportunité implicite des fonds publics, alors son comportement en matière de discrimination change.

Nous montrons enfin que trois modèles proposés dans la littérature récente dans des contextes a priori différents du nôtre (tarification de l'accès à un réseau téléphonique, différenciation des produits, marchandage) peuvent en fait s'interpréter comme des variantes de notre modèle. Cela nous permet d'étendre aisément l'analyse précédente et de déterminer le champ de validité du phénomène mis en évidence, et des conclusions correspondantes, qui peuvent sembler à première vue un peu paradoxales.

Paradoxales à première vue, ces conclusions le sont — il n'est sans doute pas inutile d'y insister — pour la raison suivante. Discriminer, c'est d'une part gaspiller, puisqu'il n'est pas moins coûteux de produire une qualité inférieure qu'une qualité supérieure. Discriminer, c'est d'autre part inciter les usagers à révéler, au moins en partie, de l'information propre à guider les décisions de production. Il n'y a, a priori, pas de raison que ce second effet de la discrimination soit moins utile à la recherche de la maximisation du profit privé qu'à celle de l'optimalité sociale sous contraintes ; quant au premier effet, on pourrait penser

qu'il inquiète moins un producteur préoccupé de son profit qu'un producteur préoccupé d'optimalité sociale. Cependant, la conclusion principale qui se dégage, dans le cadre de notre modèle, c'est que la discrimination peut être un instrument intéressant pour le second mais non pour le premier.

II. UN EXEMPLE DE DISCRIMINATION SOCIALEMENT EFFICACE

Nous présentons dans cette section un modèle simple avec bien public mettant en évidence un phénomène qui justifie la mise en place d'un mécanisme de discrimination des usagers. Un élément crucial est l'hétérogénéité des consommateurs, chacun d'eux étant caractérisé par sa propension à payer pour le bien public. Nous nous plaçons dans le contexte traditionnel d'asymétrie d'information : l'entreprise chargée de l'exploitation du bien public ne connaît que la distribution statistique des propensions à payer ; il lui est alors impossible de proposer des prix personnalisés de premier rang. Passons maintenant à la description du modèle proprement dit.

Un bac est susceptible de relier une île au continent. Son coût de mise en oeuvre est c : ce coût comprend tous les frais d'installation et d'exploitation. c est ici indépendant du nombre d'usagers ; le bac est, à l'échelle de l'île, un bien public pur.

Ce bac permet de gagner un certain temps (normalisé à 1) sur les autres moyens de transport. Par un procédé adapté il est possible de moduler le temps gagné de façon personnalisée (obligation d'être présent plus ou moins longtemps avant l'embarquement, mise en place de systèmes d'embarquement, débarquements prioritaires, etc.). Ainsi le temps gagné sur les autres moyens de transport peut varier entre 1 (pas d'attente) et 0 (pas de transport par bac). Le temps gagné peut s'interpréter comme un paramètre de qualité du transport. On le notera q . On suppose qu'il existe deux types d'usagers ; les usagers pressés valorisent fortement le temps gagné alors que les autres usagers ont une valorisation du temps plus faible. On notera $v(\theta, q, p)$ le surplus d'un usager de type θ lorsque la qualité est q et le prix est p . On posera :

$$v(\theta, q, p) = \theta q - p$$

On supposera que θ vaut θ_1 ou θ_2 avec $\theta_1 > \theta_2$. La population comprend N_i usagers de type θ_i , $i = 1, 2$. Nous ferons d'autres part l'hypothèse que le bac est socialement désirable :

$$N_1 \theta_1 + N_2 \theta_2 - c \geq 0. \quad (H)$$

1°) *Non-discrimination*

La politique de non-discrimination consiste à ne proposer qu'une seule classe de transport. Il n'y a donc dans ce cas aucun intérêt (public ou privé) à proposer une qualité inférieure à 1. Selon le prix p la demande $D(p)$ sera différente :

$$p \leq \theta_2 \quad D(p) = N_1 + N_2$$

$$\theta_1 \geq p > \theta_2 \quad D(p) = N_1$$

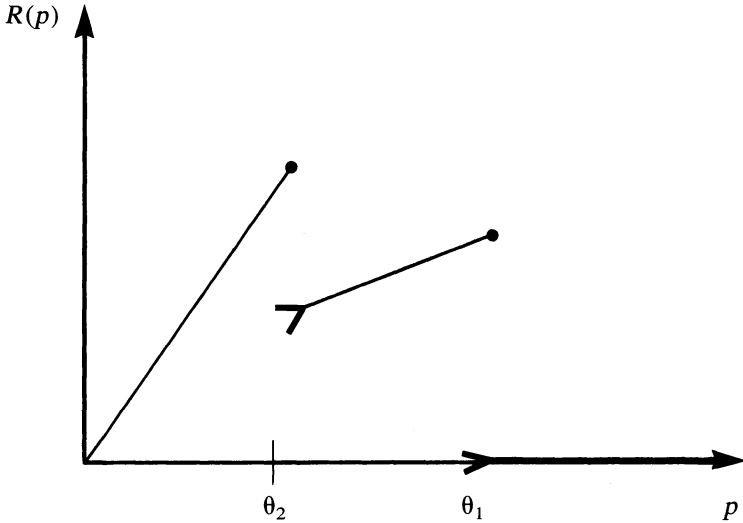
$$p > \theta_1 \quad D(p) = 0$$

Les recettes réalisées valent alors :

$$p \leq \theta_2 \quad R(p) = (N_1 + N_2)p$$

$$\theta_1 \geq p > \theta_2 \quad R(p) = N_1 p$$

$$p > \theta_1 \quad R(p) = 0$$



La fonction de revenu dans le cas où $(N_1 + N_2) \theta_2 > N_1 \theta_1$.

On a alors les résultats suivants :

– si $c > \text{Max}((N_1 + N_2) \theta_2, N_1 \theta_1)$ alors bien que socialement désirable, le bac ne peut être financé.

– si $c \leq \text{Max}((N_1 + N_2) \theta_2, N_1 \theta_1)$

(i) $(N_1 + N_2) \theta_2 > N_1 \theta_1$

• Le monopole privé affiche $p = \theta_2$

• L'entreprise publique affiche $p = \frac{c}{N_1 + N_2} \leq \theta_2$.

(Dans les 2 cas toute la demande est servie).

(ii) $(N_1 + N_2) \theta_2 < N_1 \theta_1$

• Le monopole privé affiche $p = \theta_1$

• L'entreprise publique affiche $p = \frac{c}{N_1 + N_2}$.

si $c \leq (N_1 + N_2) \theta_2$.

• L'entreprise publique affiche $p = \frac{c}{N_1}$.

si $c > (N_1 + N_2) \theta_2$.

(iii) $(N_1 + N_2) \theta_2 = N_1 \theta_1$

- Le monopole privé affiche indifféremment $p = \theta_1$ ou $p = \theta_2$.
- L'entreprise publique affiche $p = \frac{c}{N_1 + N_2}$.

2°) Discrimination

L'idée consiste à différencier les accès en proposant deux types de tarifs, (p_1, q_1) et (p_2, q_2) , stipulant que pour un prix p_i un usager a accès au bac avec la qualité q_i . Sans perte de généralité on supposera que (p_i, q_i) est choisi par les usagers de type θ_i de sorte que :

$$\forall i, j \theta_i q_i - p_i \geq \theta_i q_j - p_j \text{ (contraintes d'autosélection)} \tag{1}$$

$$\forall i \theta_i q_i - p_i \geq 0 \text{ (contraintes de rationalité individuelle)} \tag{2}$$

On a alors les propositions suivantes :

PROPOSITION 1. *Dans le cadre du modèle ci-dessus, un monopole privé n'a jamais strictement intérêt à pratiquer la différenciation des accès.*

Démonstration : Dans le cas où le bac est construit, le bénéfice du monopole s'écrit :

$$B = N_1 p_1 + N_2 p_2 - c$$

Il est facile de voir que les contraintes (1), (2) sont équivalentes à :

$$0 \leq q_2 \leq q_1 \leq 1$$

d'une part, et d'autre part :

$$\frac{p_2}{q_2} \leq \theta_2 \leq \frac{p_1 - p_2}{q_1 - q_2} \leq \theta_1 \leq \frac{p_1}{q_1}$$

avec la convention que $\frac{0}{0}$ désigne un réel arbitraire.

La maximisation de B à q_1, q_2 fixés correspond donc à saturer la première et la troisième de ces inégalités, soit à fixer les prix aux niveaux suivants :

$$\begin{cases} p_2 = \theta_2 q_2 \\ p_1 = \theta_2 q_2 + \theta_1 (q_1 - q_2). \end{cases}$$

En reportant dans B on obtient le programme :

$$\begin{cases} \text{Max } B = (N_1 \theta_1) q_1 + \{(N_1 + N_2) \theta_2 - N_1 \theta_1\} q_2 \\ 0 \leq q_2 \leq q_1 \leq 1 \end{cases}$$

qui a toujours une solution non discriminante donnée par :

$$\begin{aligned} q_1^* &= 1 \text{ dans tous les cas} \\ q_2^* &= 0 \text{ si } (N_1 + N_2) \theta_2 \leq N_1 \theta_1 \\ q_2^* &= 1 \text{ si } (N_1 + N_2) \theta_2 \geq N_1 \theta_1 \end{aligned}$$

Dans le cas où $(N_1 + N_2) \theta_2 = N_1 \theta_1$, le monopole est indifférent au choix de la qualité q_2 dans $[0, 1]$. Il n'a donc jamais strictement intérêt à choisir q_2 dans $]0, 1[$.

Passons maintenant au cas d'un monopole public : pour que des prix p_1 et p_2 permettent de satisfaire la contrainte budgétaire $N_1 p_1 + N_2 p_2 = c$, il faut qu'ils puissent s'écrire

$$p_1 = \alpha \frac{c}{N_1 + N_2} + (1 - \alpha) \frac{c}{N_1}$$

$$p_2 = \alpha \frac{c}{N_1 + N_2}$$

où $\alpha \in [0, 1]$.

Pour qu'un système d'accès différenciés (p_1, q_1) , (p_2, q_2) , soit optimal au sens de Pareto, il faut que $q_1 = 1$ et que

$$\theta_1 - p_1 = \theta_1 q_2 - p_2 ;$$

cette contrainte d'autosélection peut encore s'écrire

$$q_2 = \alpha + (1 - \alpha) q_2^o$$

$$\text{où } q_2^o = 1 - \frac{1}{\theta_1} \frac{c}{N_1}$$

est la qualité maximum qu'il est possible d'offrir gratuitement sans pour autant séduire les usagers de la première catégorie.

Tout système optimal est donc complètement caractérisé par une valeur de α . Cela permet d'écrire la proposition 2 de la manière suivante :

PROPOSITION 2.

- (a) Si $(N_1 + N_2) \theta_2 \leq N_1 \theta_1$ et si $N_1 \theta_1 \geq c$, alors l'ensemble des systèmes optimaux est caractérisé par un segment $[0, \bar{\alpha}]$,
où $\bar{\alpha} = 1 \Leftrightarrow (N_1 + N_2) \theta_2 \geq c$.

quand α croît, le surplus des usagers de la première catégorie croît, tandis que celui des usagers de la deuxième catégorie décroît.

- (b) Si $(N_1 + N_2) \theta_2 > N_1 \theta_1$ et si $(N_1 + N_2) \theta_2 \geq c$, alors l'ensemble des systèmes optimaux se réduit à un seul, correspondant à $\alpha = 1$, où tous les usagers ont accès au service dans les mêmes conditions.

Corollaire : si $(N_1 + N_2) \theta_2 < c \leq N_1 \theta_1$, alors tout système différencié optimal domine strictement le seul système non différencié réalisable ($p_1 = \frac{c}{N_1}$, 2ème catégorie exclue du service).

Démonstration : En utilisant les expressions de p_1 , p_2 et q_2 en fonction de α , les surplus s'écrivent

$$\theta_1 - p_1 = \alpha\left(\theta_1 - \frac{c}{N_1 + N_2}\right) + (1 - \alpha)\left(\theta_1 - \frac{c}{N_1}\right)$$

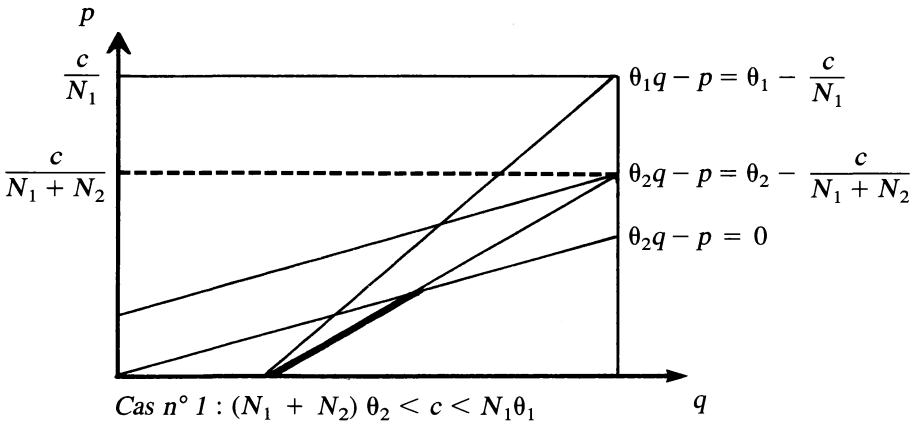
$$\theta_2 q_2 - p_2 = \alpha\left(\theta_2 - \frac{c}{N_1 + N_2}\right) + (1 - \alpha)\theta_2 q_2^0.$$

La proposition résulte alors immédiatement de ce que

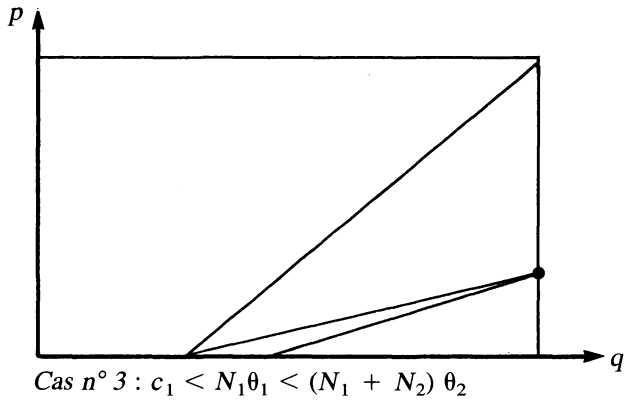
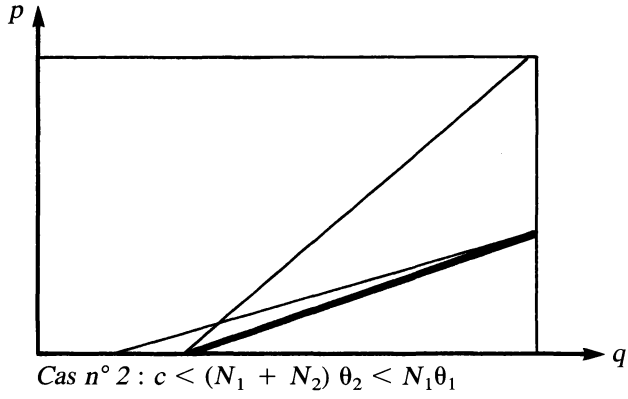
$$\theta_1 - \frac{c}{N_1 + N_2} > \theta_1 - \frac{c}{N_1}$$

et $\theta_2 - \frac{c}{N_1 + N_2} > \theta_2 q_2^0 \iff (N_1 + N_2)\theta_2 > N_1\theta_1.$

CARACTÉRISATION GRAPHIQUE DES OPTIMA DE PARETO



CARACTÉRISATION GRAPHIQUE DES OPTIMA DE PARETO (suite)



III. LE CAS GÉNÉRAL

Nous supposons désormais que le paramètre θ caractérisant chaque usager est distribué sur un intervalle $\Theta = [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ avec une densité strictement positive f ; nous noterons F la fonction de répartition associée :

$$\begin{cases} F(\theta) = 0 & \text{si } \theta < \underline{\theta} \\ = \int_{\underline{\theta}}^{\theta} f(s) ds & \text{si } \underline{\theta} \leq \theta \leq \bar{\theta} \\ = 1 & \text{si } \theta > \bar{\theta} \end{cases}$$

L'hypothèse (H) devient :

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \theta f(\theta) d\theta \geq c$$

1. La description des stratégies commerciales de l'entreprise

S'il n'y a pas de différenciation des accès au bac, la politique de l'entreprise se résume à la donnée d'un prix p , auquel on associe :

$$D(p) = \int_p^{\bar{\theta}} f(\theta) d\theta = 1 - F(p) \text{ la fonction de demande} \quad (3.1)$$

$$R(p) = p D(p) \text{ la fonction des recettes, et :} \quad (3.2)$$

$$s(p) = \int_p^{\bar{\theta}} (\theta - p) f(\theta) d\theta \text{ le surplus des consommateurs.} \quad (3.3)$$

Par contre, s'il y a différenciation des accès, la description de la politique de l'entreprise est plus complexe : le monopole propose un ensemble $Q \subset [0, 1]$ de classes, et un barème de tarification $\underline{p} : Q \rightarrow \mathbb{R}_+$. Le choix du consommateur θ , que nous noterons $q(\theta)$, est alors déterminé par :

$$\theta q(\theta) - \underline{p}(q(\theta)) = \text{Max}_{q \in Q} \{0, \text{Max}_{q \in Q} \{\theta q - \underline{p}(q)\}\} \quad (3.4)$$

(avec la convention que $q(\theta) = 0$ si ce maximum est nul). Nous nous intéresserons aux allocations $\{q(\theta), p(\theta), \theta \in \Theta\}$ concrétisables c'est-à-dire telles que l'on peut trouver un barème \underline{p} qui induit le choix $q(\theta)$ par le consommateur θ , et telles que

$$\forall \theta \in \Theta, p(\theta) = \underline{p}(q(\theta)).$$

Nous avons alors le résultat désormais classique :

Lemme : L'allocation $\{q(\theta), p(\theta), \theta \in \Theta\}$ est concrétisable si et seulement si

(1) $q : \Theta \rightarrow [0, 1]$ est croissante

(2) $\exists v_o \geq 0, \forall \theta \in \Theta \quad p(\theta) = \int_{\underline{\theta}}^{\theta} tq(t) dt - v_o$

(où l'intégrale dans (2) est prise au sens de Stieljes).

Démonstration : voir exemple Mussa-Rosen (1978).

Cette caractérisation va nous permettre d'exprimer très simplement le bénéfice du monopole et le surplus pondéré des usagers à qui l'on propose une allocation concrétisable $(q(\theta), p(\theta), \theta \in \Theta)$. En effet, désignons par V la fonction d'utilité indirecte des usagers :

$$V(\theta) = \theta q(\theta) - p(\theta) = v_o + \int_{\underline{\theta}}^{\theta} (\theta - t) dq(t)$$

Le bénéfice du monopole s'écrit :

$$\begin{aligned} B &= \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} p(\theta) f(\theta) d\theta - c \\ &= \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \int_{\underline{\theta}}^{\theta} t f(\theta) dq(t) d\theta - c - v_o \\ &= \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} (1 - F(t)) t dq(t) - c - v_o \end{aligned}$$

$$\text{soit : } B = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} R(t) dq(t) - c - v_o. \quad (3.5)$$

De même le surplus agrégé des consommateurs (en donnant une pondération identique à ceux-ci (1)) :

$$\begin{aligned} S &= \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} V(\theta) f(\theta) d\theta \\ &= v_o + \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \int_{\underline{\theta}}^{\theta} (\theta - t) f(\theta) dq(t) d\theta \\ &= v_o + \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \int_t^{\bar{\theta}} ((\theta - t) f(\theta) d\theta) dq(t) \end{aligned}$$

$$\text{soit : } S = v_o + \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} s(t) dq(t). \quad (3.6)$$

2. La description des objectifs de l'entreprise

L'approche moderne de l'efficacité de second rang en économie publique (voir par exemple Caillaud-Guesnerie-Rey-Tirole (1986)) consiste à donner comme objectif au monopole la maximisation d'une somme pondérée du surplus des consommateurs et du bénéfice de l'entreprise, soit :

$$W_\lambda = S + (1 + \lambda) B$$

où λ est un paramètre positif ou nul qui s'interprète comme le coût marginal implicite des fonds publics. La richesse de cette approche vient de ce que, suivant les valeurs de λ , on retrouve plusieurs situations familières :

- la recherche des optima de premier rang correspond au cas où $\lambda = 0$ (monopole public traditionnel).
- le monopole privé traditionnel correspond au cas limite où $\lambda \rightarrow +\infty$ (maximisation du bénéfice seul).
- enfin quand λ est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte d'équilibre budgétaire, W_λ s'interprète comme le Lagrangien du problème de Ramsey-Boiteux :

$$(P) \quad \begin{cases} \text{Max } (S + B) \\ B \geq 0 \end{cases}$$

On pourrait en conclure que le comportement d'un monopole public astreint à l'équilibre budgétaire est analogue à celui qui découle du programme, que nous noterons P_λ , qui consiste à maximiser W_λ sur l'ensemble des allocations concrétisables. Cette analyse sommaire est trompeuse.

En effet, on va voir que les comportements de différenciation peuvent être radicalement différents. Plus précisément, la maximisation de la somme pondérée des surplus conduit toujours à une politique non discriminante. En particulier le monopole privé n'a jamais intérêt à proposer des accès différenciés. Il en est de même d'une entreprise publique qui utiliserait un coût d'opportunité des fonds publics pour calculer son offre (proposition 3). En revanche une entreprise privée astreinte à l'équilibre budgétaire peut parfois augmenter le surplus des consommateurs en proposant des accès différenciés (proposition 4). On peut donner une interprétation relativement simple à ce résultat. Une entreprise publique astreinte à l'équilibre budgétaire est confrontée à deux phénomènes antagonistes : les rendements croissants la poussent à élargir son marché pour diminuer son prix; à l'inverse l'impossibilité de proposer des prix individualisés peut l'empêcher d'attirer les consommateurs ayant une propension à payer faible. La différenciation des accès est parfois un moyen efficace pour concilier les deux effets précédents : elle permet d'attirer les clients à faible propension ce qui en retour permet de diminuer le prix de la qualité maximale. Ce que nous apprennent les propositions 3 et 4, c'est que dans les mêmes conditions, une entreprise utilisant le coût d'opportunité λ égal au multiplicateur du programme (P) préférera offrir la qualité maximale et faire des pertes.

PROPOSITION 3. Pour toute valeur de λ (éventuellement $+\infty$) P_λ a une solution q^* non discriminante, c'est-à-dire telle que :

$$\exists \hat{\theta} \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}], \forall \theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \quad \begin{cases} q^*(\theta) = 1 & \text{si } \theta \geq \hat{\theta} \\ = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Démonstration : Grâce à (3.5) et (3.6) on peut exprimer facilement W_λ :

$$W_\lambda = -\lambda v_o + \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} [s(t) + (1 + \lambda) R(t)] dq(t) - (1 + \lambda)c$$

Le maximum de W_λ doit être pris pour $v_o \geq 0$ et pour dq mesure positive de masse totale inférieure ou égale à 1. W_λ étant linéaire, toute solution de W_λ est caractérisée par :

$$v_o^* = 0$$

$$\text{Supp } dq^* \subset \text{ArgMax} \{ s(t) + (1 + \lambda) R(t) \}$$

En particulier il existe toujours (au moins) une solution non discriminante, obtenue en prenant

$$\hat{\theta} \in \text{ArgMax} \{ s(t) + (1 + \lambda) R(t) \}$$

et $dq^* = \delta_{\hat{\theta}}$ (mesure de Dirac en $\hat{\theta}$)

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} q^*(\theta) &= 1 && \text{si } \theta \geq \hat{\theta} \\ &= 0 && \text{sinon} \blacksquare \end{aligned}$$

Par contre il n'en est pas ainsi pour le monopole public astreint à l'équilibre budgétaire :

PROPOSITION 4. a) *Le programme*

$$(P_o) \begin{cases} \text{Max } (s(p) + R(p)) \\ p \\ R(p) \geq c \end{cases}$$

a une solution unique, donnée par :

$$p^* = \text{Min } \{p, R(p) \geq c\}$$

b) *Pour certaines distributions statistiques F, le programme*

$$(P) \begin{cases} \text{Max } \int_{\theta}^{\bar{\theta}} (s(t) + R(t)) dq(t) \\ dq : \text{ mesure de probabilité sur } [0, 1] \\ \int_{\theta}^{\bar{\theta}} R(t) dq(t) \geq c \end{cases}$$

n'admet pas de solution non discriminante, ce qui équivaut à dire que δ_p^* n'est pas solution de (P).

c) δ_p^* est solution de (P) si et seulement si le lagrangien de (P_o) admet un point selle.

Démonstration : Remarquons d'abord que le programme (P_o) décrit le comportement d'un monopole public (astreint à l'équilibre budgétaire) traditionnel (c'est-à-dire non discriminant). Le programme (P) décrit le comportement d'un monopole de Ramsey-Boiteux autorisé à pratiquer des différenciations d'accès. Il est facile de voir que la valeur de (P) est au moins égale à celle de (P_o) puisque ce dernier programme s'obtient en rajoutant la contrainte que dq est une mesure de Dirac. La partie b) de la proposition 4 affirme que dans certains cas cette inégalité est stricte. Enfin la partie c) donne une caractérisation mathématique simple de ces cas ; en particulier si le lagrangien de (P_o) est concave en p , il admet un point selle et la différenciation des accès n'apporte aucun gain (δ_p^* est solution de (P)). Venons-en aux démonstrations de a), b) et c) :

a) L'optimum de premier rang correspondrait à $p = 0$, ce qui est irréalisable dès que $c > 0$. Donc la contrainte d'équilibre budgétaire est saturée. D'autre part s est décroissante, d'où la seule solution de (P_o) est donnée par

$$p^* = \text{Min } \{p, R(p) \geq c\}$$

b), c) Pour la même raison que ci-dessus, la contrainte d'équilibre budgétaire est saturée à l'optimum de (P). Toute solution est alors caractérisée par l'existence de $\lambda^* \geq 0$ tel que :

$$\begin{aligned} & \bullet \text{ supp } dq \subset \underset{t}{\text{ArgMax}} \{ s(t) + (1 + \lambda^*) R(t) \} \\ & \bullet \int_{\theta}^{\bar{\theta}} R(t) dq(t) = c \end{aligned}$$

Donc δ_p^* est solution de (P) si et seulement si :

$$\forall \lambda^* \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}_+, s(t) + (1 + \lambda^*) R(t) \leq s(p^*) + (1 + \lambda^*) R(p^*) \quad (3.7)$$

Le lagrangien de (P_0) s'écrit précisément :

$$I(t, \lambda) = s(t) + (1 + \lambda) R(t)$$

- son sup inf est atteint pour $t = p^*$ et $\lambda \geq 0$ quelconque.

La condition (c) ci-dessus équivaut donc à dire :

$$\forall p \geq 0, \forall \lambda \geq 0 : I(p, \lambda^*) \leq I(p^*, \lambda^*) \leq I(p^*, \lambda)$$

c'est-à-dire que (p^*, λ^*) est un point-selle de I . Montrons maintenant qu'il existe des cas où I n'a pas de point-selle : si p^* est intérieur à $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$, le seul λ^* possible est tel que :

$$s'(p^*) + (1 + \lambda^*) R'(p^*) = 0$$

(3.7) ne sera certainement pas vérifié si :

$$s''(p^*) + (1 + \lambda^*) R''(p^*) > 0$$

Soit si, après élimination de λ^* :

$$\frac{s''(p^*)}{s'(p^*)} < \frac{R''(p^*)}{R'(p^*)} \quad (\text{en se souvenant que } s' < 0). \quad (3.8)$$

Le membre de gauche de cette inégalité étant négatif, elle sera automatiquement satisfaite si $R''(p^*) > 0$. Rappelons la calcul de R'' :

$$R''(p) = -(2f(p) + pf'(p))$$

on voit donc qu'il suffit que $f'(p^*)$ soit très négatif. Prenons par exemple $[\underline{\theta}, \bar{\theta}] = [0, 1]$ et

$$f(p) = 2(1 - p)$$

Le calcul de R est immédiat :

$$R(p) = 2p^2 - p^3$$

qui admet un maximum pour $\bar{p} = 3/4$ correspondant à

$$R(\bar{p}) = \frac{45}{64}$$

Pour toute valeur de c inférieure ou égale à $45/64$, le coût du bien public peut être couvert et p^* est égal à la plus petite racine de :

$$2p^2 - p^3 = c$$

La dérivée seconde de R s'écrit :

$$R''(p) = 4 - 6p$$

ce qui fait que (3.8) sera vérifié dès que

$$p^* < \frac{2}{3}$$

ou encore dès que

$$c < \frac{16}{27} \blacksquare$$

PROPOSITION 5. Désignons par $cav(R)$ la plus petite fonction concave qui soit plus grande que R . On suppose :

$$\exists \bar{p} < p^*, cav(R)(\bar{p}) = c \quad (3.9)$$

Alors il existe une politique de différenciation des accès qui domine au sens de Pareto la politique non différenciée optimale.

Démonstration : Il est facile de voir que $cav(R)$ peut être construite de la façon suivante :

$$\forall p \in \Theta \quad cav(R)(p) = \begin{cases} \text{Max} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} R(t) dq(t) \\ dq \text{ mesure de probabilité sur } \Theta \\ \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} tq(t) = p \end{cases}$$

(3.9) équivaut donc à :

$\exists dq$ mesure de probabilité sur Θ telle que

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} tq(t) = \bar{p} < p^* \quad (3.10)$$

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} R(t) dq(t) = c \quad (3.11)$$

Calculons les fonctions d'utilité indirecte V_o et V associées respectivement à δ_p^* et dq :

$$V_o(\theta) = \text{Max} \{0, \theta - p^*\}$$

$$V(\theta) = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} q(t) dt$$

On veut montrer que $V_o \leq V$.

La dérivée de V étant toujours comprise entre 0 et 1, et V étant convexe, il suffit de prouver :

$$V_o(\underline{\theta}) \leq V(\underline{\theta}) \text{ et } V_o(\bar{\theta}) \leq V(\bar{\theta})$$

soit

$$V(\underline{\theta}) \geq 0 \text{ (qui est toujours vrai)}$$

et $V(\bar{\theta}) \geq \bar{\theta} - p^*$

$$\text{Mais } V(\bar{\theta}) = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} q(t) dt = tq(t) \Big|_{t=\underline{\theta}}^{t=\bar{\theta}} - \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} t dq(t)$$

d'où $V(\bar{\theta}) = \bar{\theta} - \bar{p} < \bar{\theta} - p^*$ (par (3.10)) \blacksquare

IV. EXTENSIONS DU MODÈLE DE BASE

Nous proposons dans cette section de « jalonner » le champ de validité des conclusions de l'analyse précédente. Pour cela, nous étudions plusieurs variantes du modèle présenté, dont la plupart correspondent à des modèles déjà analysés dans la littérature.

1. *Tarification de l'accès à un réseau téléphonique*

Dans le modèle précédent, l'utilité des usagers est indépendante du nombre de clients effectivement servis (bien public pur). Dans bien des cas, cependant, cette hypothèse est loin d'être vérifiée, et des externalités importantes doivent être prises en compte ; elles peuvent être négatives (congestion des autoroutes) ou positives, comme dans le cas de l'effet « club » du réseau téléphonique : les abonnés sont d'autant plus satisfaits qu'ils peuvent joindre plus de personnes. L'analyse doit alors prendre en compte la détermination de la taille optimale du réseau. Soit Q cette taille ($Q = 1 - F(\hat{\theta})$) où $\hat{\theta}$ désigne l'utilisateur « critique », indifférent entre accéder ou non au réseau) et notons $c(Q)$ le coût de mise en oeuvre d'un réseau de taille Q . La « qualité » $q(\theta)$ peut ici s'interpréter comme la taille du réseau auquel l'utilisateur θ a accès⁴.

Si l'on raisonne à taille Q fixée, les développements précédents se transposent directement : les solutions des programmes (P) sont toujours de type 0 - 1 ($\tilde{q}(\theta) = Q$ si $\theta \geq \hat{\theta}$, et $q(\theta) = 0$ sinon) ; à l'opposé un monopole public contraint à l'équilibre budgétaire peut avoir intérêt à discriminer (il peut aussi avoir intérêt à ne pas servir les usagers de faible propension à payer — $\underline{\theta} \leq \theta \leq \hat{\theta}$ —, offrir un accès limité aux usagers médians — $\hat{\theta} \leq \theta \leq \hat{\theta}$ — et enfin l'accès au réseau entier aux usagers de forte propension à payer $\hat{\theta} \leq \theta \leq \bar{\theta}$). Bien entendu le choix du point de clivage ($\hat{\theta}$) optimal est rendu plus compliqué, car il détermine la qualité (taille) maximale qu'il est possible d'offrir. Ce point de clivage doit en particulier maximiser une fonction de surplus corrigée, prenant en compte l'externalité d'accès, définie par :

$$\hat{W}_\lambda(\theta) = (1 - F(\theta)) [\text{Max}_{\tau \geq \theta} W_\lambda(\tau)] - (1 + \lambda) c(1 - F(\theta)).$$

2. *Différenciation des produits*

Mussa-Rosen (1978) dérivent la stratégie optimale de différenciation des produits pour un monopole privé, sous l'hypothèse de rendements d'échelle constants ; le coût unitaire de production d'une unité du bien de qualité q est noté $c(q)$ avec $c' > 0$ et $c'' > 0$. Les préférences des consommateurs ont la même expression que dans notre modèle :

$$U(\theta, q, p) = \theta q - p.$$

4. On peut par exemple songer à proposer un accès géographiquement limité, à l'échelle de la circonscription, du département, de la région, du pays,...

Il suffit alors d'adapter l'expression du coût total c pour prendre en compte, dans le modèle présenté en section II, la détermination de la gamme optimale de produits ; ce coût doit maintenant s'écrire :

$$c(q(\cdot)) = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} c[q(\theta)] dF(\theta)$$

Le programme (P_λ) devient alors :

$$(P_\lambda) \begin{cases} \text{Max } W_\lambda = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \{[(1 + \lambda)\theta f(\theta) - \lambda(1 - F(\theta))]\} q(\theta) - (1 + \lambda)c(q(\theta)) f(\theta) \} d\theta \\ q(\cdot) \text{ croissante} \end{cases}$$

$q \rightarrow c(q)$ étant strictement concave, on définit sans ambiguïté une stratégie de vente $\theta \rightarrow \bar{q}_\lambda(\theta)$ en posant, pour tout λ :

$$\bar{q}_\lambda(\theta) = \underset{q}{\operatorname{argmax}} \{[(1 + \lambda)\theta f(\theta) - \lambda(1 - F(\theta))]\} q - (1 + \lambda)c(q) f(\theta) \} \quad (4.1)$$

$\bar{q}_\lambda(\theta)$ est caractérisé par :

$$c'(\bar{q}_\lambda(\theta)) = \theta - \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)} .$$

Si le second membre de l'égalité est une fonction croissante de θ (il suffit pour cela, comme le font remarquer Mussa et Rosen, que la fonction : $\theta \rightarrow \theta - \frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)}$ soit elle-même une fonction croissante de θ), alors $\bar{q}_\lambda(\theta)$ croît également avec θ . C'est donc également l'unique solution de (P_λ) . De même, dans ce cas, le programme (P) n'a qu'une solution. Il y a alors toujours discrimination parfaite des clients. On constate de plus que la dimension de la gamme offerte croît avec λ , bien que ne soit servie qu'une part de plus en plus faible du marché. En ce sens, le monopole privé ($\lambda = +\infty$) tend à discriminer davantage qu'un monopole public.

Si par contre le second membre de (4.1) n'est pas une fonction croissante de θ , alors $\bar{q}_\lambda(\cdot)$ ne peut plus être égale à la solution de (P_λ) que nous noterons $q_\lambda^*(\theta)$. Dans ce cas $q_\lambda^*(\cdot)$ n'est pas bijective, c'est-à-dire qu'elle n'induit pas une discrimination parfaite des consommateurs : une même qualité est allouée à des clients différents. Les conclusions relatives à la dimension de la gamme, elles-mêmes, peuvent se trouver modifiées (ou peut en particulier observer des discontinuités assez fortes, en fonction du paramètre λ , des stratégies de vente $\theta \rightarrow q_\lambda^*(\theta)$).

La figure IV.1 illustre ce phénomène. La solution $q_\lambda^*(\theta)$ du programme (P_λ) est construite à partir de $\bar{q}_\lambda(\theta)$ de la manière suivante :

- i) $q_\lambda^*(\cdot)$ est strictement croissante, sauf sur un nombre fini n d'intervalles, où elle est constante.
- ii) lorsque $q_\lambda^*(\cdot)$ est croissante en un point θ , alors $q_\lambda^*(\theta) = \bar{q}_\lambda^*(\theta)$.

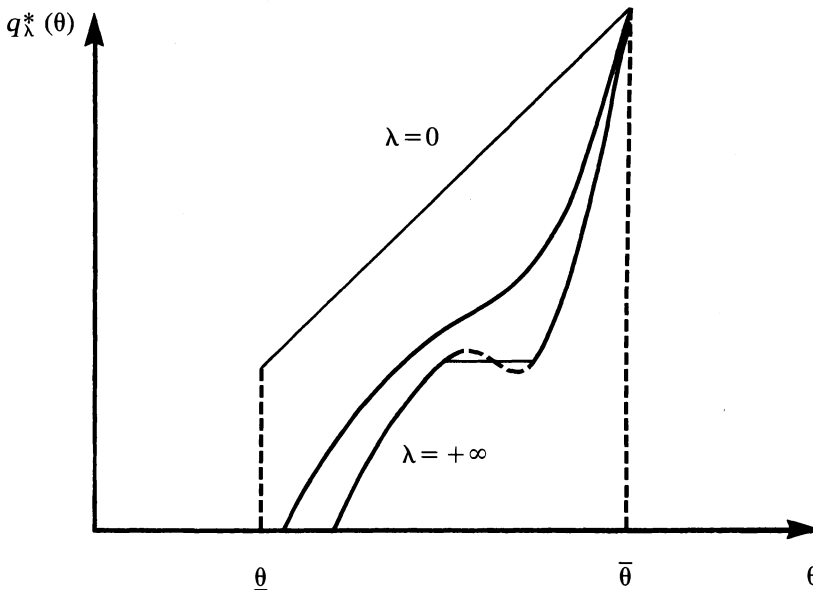
iii) si $q_{\lambda}^*(\cdot)$ est constante sur un intervalle $[\theta_k, \theta_{k+1}]$ ($k = 1, \dots, n$) alors sa valeur q_k^* sur cet intervalle est caractérisée par :

$$q_k = \operatorname{argmax}_q \int_{\theta_k}^{\theta_{k+1}} \{[(1 + \lambda)\theta f(\theta) - \lambda(1 - F(\theta))]q - (1 + \lambda)c(q)f(\theta)\} d\theta.$$

Comme indiqué sur la figure, la probabilité d'une discrimination imparfaite augmente avec λ .

FIGURE IV.1 :

L'ÉVOLUTION DE LA STRATÉGIE COMMERCIALE DU MONOPOLE EN FONCTION DE λ



3. Marchandage

Riley-Zeckhauser (1983) analysent, dans un contexte a priori différent, un problème de marchandage. Dans leur modèle, l'unique vendeur d'un bien indivisible étudie des stratégies de vente éventuellement stochastiques ; la question posée est : ce vendeur a-t-il intérêt à fixer définitivement, dès le premier jour, son prix de vente ou bien à accepter, de temps en temps, de marchander, c'est-à-dire de tirer au sort chaque jour le prix le plus bas qu'il décide d'accepter ? Dans un contexte d'achats répétés où les consommateurs finissent par connaître la stratégie du vendeur, Riley et Zeckhauser montrent que le marchandage n'est pas profitable pour un monopole privé.

Nous allons voir que notre analyse des sections II et III s'adapte très facilement à ce modèle, et permet de jeter un éclairage nouveau sur les conclusions de Riley et Zeckhauser. Il suffit pour cela de changer l'interprétation de notre modèle de base : θ s'interprète désormais comme le prix de réservation du consommateur, que nous supposons neutre vis-à-vis du risque. Désignons par q la fonction de répartition associée à la stratégie (stochastique) de prix du vendeur :

$$q(t) = \text{Proba } [p \leq t].$$

L'acheteur de type θ a donc une probabilité $q(\theta)$ de repartir avec l'objet : $q(\cdot)$ est donc une fonction croissante de $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ dans $[0, 1]$ (on peut sans perte de généralité supposer que le prix est toujours compris entre $\underline{\theta}$ et $\bar{\theta}$). Le prix moyen payé par l'acheteur θ est donc :

$$p(\theta) = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} t dq(t)$$

L'utilité espérée par l'acheteur θ vaut donc :

$$U(\theta) = \theta q(\theta) - p(\theta) = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} (\theta - t) dq(t) \geq 0$$

On retrouve la caractérisation des allocations concrétisables : la donnée d'une stratégie stochastique de prix est donc équivalente à celle d'une allocation concrétisable $\theta \rightarrow (q(\theta), p(\theta))$. Si l'on suppose que le seul coût de production est un coût fixe c , nos résultats de la partie III ont ici l'interprétation suivante :

a) Pour toute valeur de λ , la maximum de W_λ peut être obtenu sans marchandage :

$$\begin{aligned} q^*(\theta) &= 1 \text{ si } \theta \geq p^* \\ &= 0 \text{ sinon} \end{aligned}$$

$$\text{où } p^* \in \underset{p}{\text{Argmax}} \{S(p) + (1 + \lambda)(R(p) - c)\}.$$

b) Par contre la solution du programme (P) est parfois stochastique, par exemple du type

$$\begin{aligned} q^*(\theta) &= 1 \text{ si } \theta \geq p_2 \\ &= q \text{ si } p_1 \leq \theta < p_2 \\ &= 0 \text{ si } \theta < p_1 \end{aligned}$$

où q est choisi de façon que :

$$q R(p_1) + (1 - q) R(p_2) = c$$

Ce qui s'interprète de la façon suivante : le vendeur affiche un prix p_2 , et accepte un rabais jusqu'à p_1 avec une probabilité q , où q est tel que son espérance de recettes couvre exactement son coût c .

BIBLIOGRAPHIE

- BOITEUX, M. (1956), « Sur la gestion des monopoles astreints à l'équilibre budgétaire », *Econometrica* 24, pp. 22-40.
- CAILLAUD, B., GUESNERIE, R., REY P. et J. TIROLE (1986), « Government intervention in production and incentives theory : a review of recent contributions », miméo.
- DASGUPTA, P., HAMMOND, P. et E. MASKIN (1979), « The implementation of social choice rules : some general results on incentive compatibility », *Review of Economic Studies*, vol. XLVI (2), n° 143, pp. 185-216.
- GOLDMAN, M.B., LELAND, H.E. et D.S. SIBLEY (1984), « Optimal nonuniform prices », *Review of Economic Studies* 51, pp. 305-320.
- MASKIN, E. et J. RILEY (1984), « Monopoly with incomplete information », *Rand Journal of Economics* 15, pp. 171-196.
- MUSSA, M. et S. ROSEN (1978), « Monopoly and product quality », *Journal of Economic Theory* 18, pp. 301-317.
- MYERSON, R. (1979), « Incentive compatibility and the bargaining problem », *Econometrica* 47, pp. 61-73.
- RILEY, J. et R. ZECKHAUSER (1983), « Optimal selling strategies : when to haggle, when to hold firm », *Quarterly Journal of Economics*, vol. XCVIII (2), n° 391, pp. 267-289.